
كراسة
الميكانيك
للجذع المشترك علمي و تكنلوجي
دروس
تمارين و حلول
www • KorraSaty • BloGSpoT.Com

بسم الله الرحمن الرحيم

إهداء

إلى أمي وأبي إلى أهلي وعشيرتي إلى أساتذتي إلى زملائي وزميلاتي إلى الشموع التي تحترق لتضيء للآخرين .

إلى كل من علمني حرفا أهدي هذا العمل المتواضع راجياً من المولى عز وجل أن يجد القبول والنجاح.

إهداء

إلى من كانوا يضيئون لي الطريق ويساندوني ويتنازلون عن حقوقهم لإرضائي والعيش في هناء – إخوتي و أخواتي - **أحبكم حبا لو مر على أرض قاحلة لتفجرت منها الينابيع .**

لكم كل الفضل و الاحترام

يقول هنري فورد : " قبل كل شيء, الاستعداد سر النجاح "

لقد أتممت بعون الله تجيع الدروس – الفيزياء جذع مشترك **- و هاهي أمامكم مجهزة و مفهرسة, وتحتوي على تطبيق بعد كل درس ثم تمارين لتقوية تعلماتك مع حلولها** – تم تجميع بعضها من سلسلة ديما ديما- .



وقد قسمت الدروس إلى 3 كراسات :

- كــراّسـة الميكانيك
- كــراّسـة الكيميـاء
- كــراّسـة الكـهربـاء

الدروس من إنـــجـــاز الأســـتـــاذ :

نبيل مستقيم (http://moustakim.e-monsite.com)

تم تجمــيعها و فهرســتتها لصالح:

www.Korrasty.Blogspot.com





أتمـنى أن تعجـبكم ... و لا تـنسوا الزيارة... ينتظركم الجديد على المـوقــع . يمكـنكم التوصل به على بريدكم الإلكتروني من خلال القائـمة البريدية أو صــفحة المــوقع عــلــى الشــبكة الاجــتــمــاعــيــة (Facebook). ليكن شعارنا ... خطوة إلى الأمام دائما وفي انتظار تفاعلكم ومساهمتكم ، أقول لكم مرحبا بكم مجددا في احضان مدونتكم نسأل الله التوفيق والنجاح

تحياتي الخالصة

و السلام عليكم و رحمة الله .

التجاذب الكوني

1 سلم المسافات

1.1 - رتبة القدر

أ - تعريف :

لبيان رتبة قدر كمية ما، فإن قيمة هذه الكمية تكتب على شكل : $(a.10^n)$ حيث n عدد صحيح و a عدد محصور بين 1 و 10، ويسمى العدد 10^n رتبة قدر الكمية المعنية.

مثال

- ارتفاع صومعة حسان هو 180 m، يكتب على الشكل : $1,8.10^2m$ ، فنقول إن رتبة قدر ارتفاع صومعة حسان هي : 10^2m
- قطر كرية دم حمراء هو $7\ \mu m$ ، يكتب على الشكل : $7.10^{-6}m$ ، فنقول إن رتبة قدر قطر كرية دم حمراء هي : $10^{-6}m$

ب - الفائدة من رتبة القدر

- تمكن معرفة رتبة قدر مسافة من تحديد موضعها على سلم المسافات، وبالتالي مقارنتها مع مسافات أخرى .
- مقارنة مسافتين مختلفتين : حيث نقول إن مسافتين تختلفان بما قيمته n رتبة قدر إذا كان خارج قسمة المسافة الأكبر على المسافة الأصغر هو : $(a.10^n)$ ، حيث: $1\leq a\leq 10$.

- مثال :

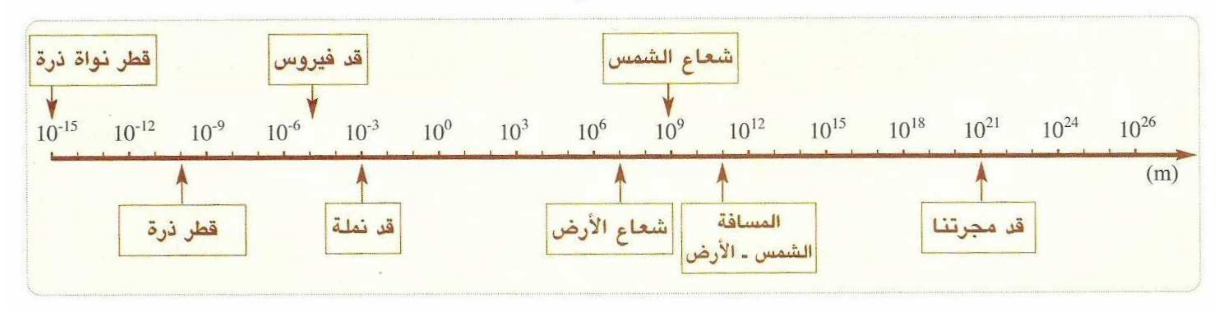
إذا كانت رتبة قدر قطر فيروس هي 100nm ورتبة قدر قطر كرية الدم حمراء هي 7µm حدد الاختلاف بين هاذين البعدين .

$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{7.10^{-6}}{10^{-7}}=7.10$$

نقول أن هاذين البعدين يختلفان بما قيمته رتبة قدر واحدة .

2.1 - محور سلم المسافات

ويمكن موضعة هذه الأبعاد على محور للمسافات، موجه ومُدرَّج حسب أس عدد 10 .



إنطلاقا من نواة الذرة حتى المجرات، ترتب المسافات وفق 41 رتبة قدر ابتداء من $10^{-15}m$ وانتهاء إلى $10^{26}m$.

لكن في علم الفلك نستعمل وحدات اخرى مثل الوحدة الفلكية و السنة الضوئية.

- الوحدة الفلكية U.A **l'unité astronomique**

وحدة تستعمل لقياس المسافات وهي تساوي المسافة المتوسطة بين الأرض و الشمس و تقدر ب150مليون كيلومتر.

$1U.A=150\ 10^6Km$

- السنة الضوئية A.L **L'année lumière**

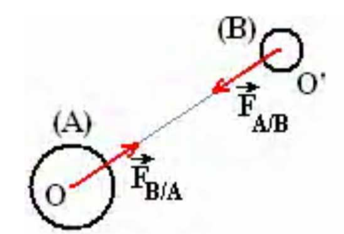
هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة واحدة بسرعة $c=3\times10^{-8}\,m/s$

$1A.L.=9,5x10^{15}m$

2 التجاذب الكوني

1.2 - قانون نيوتن للتجاذب الكوني.

أ - نص القانون



يوجد بين نقطتين ماديتين A و B كتلتيهما m_A و m_B وتفصل بينهما المسافة d تأثير بيني تجاذبي قوتاه $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ لهمانفس الشدة:

$$F_{A/B} = F_{B/A} = F = G.\frac{m_A.m_B}{d^2}$$

$G=6,67 \times 10^{-11} N.m^2.Kg^{-2}$: ثابتة التجاذب الكوني.

m_A: كتلة الجسم (A)

m_B: كتلة الجسم (B)

$d=OO'$: المسافة بين مركزي الجسمسن (A) و (B).

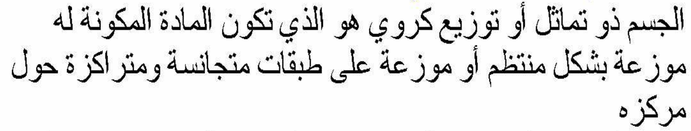
القوتان $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ لهما:

- نفس خط التأثير
- منحياهما متعاكسان
- لهما نفس الشدة

2.2 - التأثير البيني لجسمين غير نقطيين

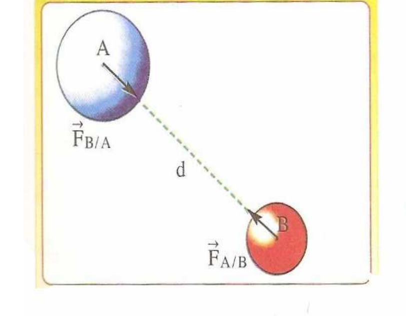


* الاجسام ذات تماثل كروي للكتلة



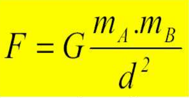
الجسم ذو تماثل أو توزيع كروي هو الذي تكون المادة المكونة له موزعة بشكل منتظم أو موزعة على طبقات متجانسة ومتراكزة حول مركزه

نعتبر النجوم والشمس والأرض وباقي الكواكب أجساما ذات تماثل كروي .



* التأثير البيني لجسمين غير نقطيين

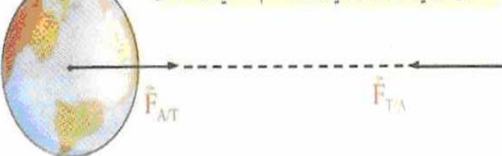
يخضع جسمان A و B لهما تماثل كروي للكتلة إلى تأثير بيني تجاذبي ، حيث تكون لقوتي هذا التجاذب نفس الشدة F بحيث :



$$F = G\frac{m_A.m_B}{d^2}$$

m_A و m_B كتلتا الجسمين و d المسافة بين مركزيهما .

3-2 التأثير البيني الجاذبي بين الارض وجسم نقطي:



نعتبر جسما نقطيا A كتلته m يوجد على المسافة d بالنسبة لمركز الأرض ($d > R_T$) حيث R_T شعاع الأرض ذات الكتلة M_T

. يعبر عن الشدة المشتركة لقوتي التأثير البيني الجاذبي بين A والأرض بالعلاقة :

$$F = G\frac{M_T.m}{d^2}$$

إذا اعتبرنا h ارتفاع الجسم النقطي A بالنسبة لسطح الأرض ، تصبح العلاقة السابقة :

$$F = G.\frac{m.M_T}{(R_T+h)^2}$$

4.2 - وزن جسم

في المستوى السابق، تم تعريف وزن جسم على أنه القوة المقرونة بتأثير الأرض على هذا الجسم. وشدة هذا الوزن هي $P = mg$ ؛ حيث m هي كتلة الجسم و g شدة الثقالة. وأما خط تأثيره فهو الخط الرأسي، المار بمركز ثقل الجسم بالمكان الذي يوجد فيه الجسم والذي يجسده الشاقول : $\vec{P} = m\vec{g}$

وتجدر الإشارة إلى أن وزن الجسم وقوة التجاذب الأرضي المطبقة على هذا الجسم، لا يعنيان نفس المقدار، بل يختلفان ؛ وسبب هذا الاختلاف راجع إلى دوران الأرض حول المحور الذي يمر بقطبيها (دوران الأرض حول نفسها).

وإذا أهملنا هذا الدوران، يمكن كتابة المتساوية : $mg = G\dfrac{M_T\, m}{(R_T + h)^2}$

وبالتالي : $g = \dfrac{G.M_T}{(R_T + h)^2}$ (أ)

نستنتج أن g شدة الثقالة تتعلق بالارتفاع h، وأن الثقالة ليست إلا حالة خاصة للتجاذب الأرضي يؤخذ فيها تأثير دوران الأرض بعين الاعتبار.

ونظرا لكون الأرض ليست كروية الشكل فإن g تتغير حسب خط العرض (الجدول). كما أن g تتعلق بمكونات القشرة الأرضية في المكان الذي تقاس فيه.

إذا كان الجسم على سطح الأرض، نكتب العلاقة : $g_0 = \dfrac{G.M_T}{{R_T}^2}$ (ب)

نستنتج من العلاقتين (أ) و (ب) أن : $g = g_0\dfrac{{R_T}^2}{(R_T + h)^2}$

يمكن تعريف وزن جسم على سطح كوكب آخر حيث تتعلق g بالثقالة التي يحدثها هذا الكوكب.

ويعرض الجدول قيم g على سطح بعض الكواكب.

خط العرض	المكان	$g(N.kg^{-1})$
90°	القطب الشمالي	9,832
49°	باريس	9,810
34°	الرباط	9,796
24°	الداخلة	9,789

تغير شدة الثقالة حسب خط العرض

الكواكب	$g(N.kg^{-1})$
القمر	1,7
المريخ	3,7
زحل	10,5
المشتري	25

قيم شدة الثقالة على سطح بعض الكواكب

تمرين تطبيقي:

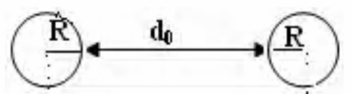
أحسب شدة قوة التجاذب الكوني في الحالتين التاليتين:

أ)بين كرتين حديديتين مماثلتين كتلة كل واحدة $m=5Kg$ و شعاع كل واحدة $R=10cm$ و تفصل بين سطحيهما مسافة $d_0=80cm$

ب)بين الأرض و كرة حديدية كتلتها $m=5Kg$ على سطح الأرض.نعطي: كتلة الأرض: $M_T=5,97\ 10^{24}Kg$
شعاع الأرض: $R_T=6370Km$.

ج)أوجد شدة وزن الكرة الحديدية على سطح الأرض علما أن شدة الثقالة هي: $g_o = 9,8N/Kg$ ماذا تستنتج؟

تصحيح: **أ) لنحدد المسافة الفاصلة بين مركزي الكرتين:**



$$d = d_o + 2R = 80 + 20 = 100cm = 1m$$

$$F = G\frac{m\times m}{(d_o+2R)^2} = 6,67\times10^{-11}\times\frac{5Kg\times5Kg}{(0,80+0,20)^2 m^2} = 6,67\times10^{-11}\times\frac{25}{1} = 1,68\times10^{-9}N$$ وهي قيمة جد صغيرة.

ب) $$F = G\times\frac{M_T\times m}{{R_T}^2} = 6,67\times10^{-11}\times\frac{5,97\times10^{24}\,Kg\times5Kg}{(6370\times10^3\,m)^2} = 49N$$

ج) $$P = m\times g = 5Kg\times9,8N/Kg = 49N$$

نستنتج: من خلال ب) و ج) أن شدة وزن جسم على سطح الأرض تساوي شدة قوة التجاذب الكوني المطبقة عليه من طرف الأرض.

السلسلة-1- التجاذب الكوني

تمرين-1

عبّر عن المقادير التالية بالمتر مستعملا قوى عشرة

أ- طول بكتيريا : $3,1\ \mu m$.

ب- محيط كرة السلة : $7,8\ dm$.

ج- قطر شعرة : $0,1\ mm$

د- طول خلية : $20\ \mu m$

هـ- شعاع ذرة الألومنيوم : $125\ pm$

و- نواة ذرة الصوديوم : $3,4\ fm$

تمرين-2

1- أعط عدد الأرقام المعبرة للأعداد التالية :

$0,080$; $6,1.10^{-5}$; $5,01.10^{8}$; 2.10^{5} ; $0,00043$; $3,25.10^{4}$

2- ماهي الأعداد المكتوبة كتابة علمية. أكتب بالكتابة العلمية الأعداد الأخرى.

تمرين-3

إذا مثلنا الشمس ببرتقالة قطرها 10cm ، ما رتبة قدر قطر الشيء الذي يمكنه أن يمثل الأرض ؟ نعطي قطر الأرض $D_T=1,3.10^7 m$ وقطر الشمس $D_S=1.4.10^9 m$

تمرين-4

تبلغ كتلة قمر اصطناعي 800kg .

1 – أحسب وزن القمر الاصطناعي على سطح الأرض

2– ما قيمة وزن هذا القمر عندما يكون على علو 300km من سطح الأرض .

تمرين-5

كتلة جسم هي m=50kg .

1 – احسب شدة وزن الجسم P_0 في مكان مستواه صفر (مستوى البحر) حيث $g_0=9.80N/kg$

2 – احسب شدة وزن الجسم عندما يكون على ارتفاع h=4165m

3 – احسب شدة وزن الجسم عندما يكون على سطح القمر حيث $g_L=\frac{1}{6}g_0$.

ثم على سطح المشتري حيث $g_J=2.54g_0$

تمرين-6

نعتبر أطوال الأشياء التالية :

* قطر ذرة الهيدروجين : $53.10^{-12} m$
* قطر الكرية الحمراء : $12\ \mu m$
* طول قطعة خشبية : $1\ m$
* ارتفاع قمة جبل إفيريست : $8848\ m$
* شعاع الأرض : $64.10^{2}\ km$
* شعاع الشمس : $69,6.10^{4}\ km$
* المسافة أرض-شمس : $150.10^{6}\ km$

1- أعط رتبة قدر هذه الأطوال .

2- ضع هذه الرّتب على سلم مُدرّج بقوة 10 مع إعطاء العدد 1 للتدرجة المركزية.

3- هل هذا السلم خطي ؟ أعط تعليلا لجوابك .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-7

يبعد مركز الشمس عن مركز الأرض بمسافة $D_{S\to T} = 1,50.10^8\ Km$ وأن هذان الكوكبين لهما تماثل كروي . تعطي

$M_S = 1,99.10^{30}\ kg$ و $M_T = 5,95.10^{24}\ kg$ و $G = 6,67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$

1 ـ فسر ما معنى تماثل كروي .

2 ـ أعط التعبير الحرفي لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس على الأرض $F_{S/T}$. واحسب قيمتها .

3 ـ أعط التعبير الحرفي لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الأرض على الشمس $F_{T/S}$. واستنتج قيمتها بدون اللجوء إلى عملية حسابية .

4 ـ مثل على تبيانة تتضمن الكوكبين الشمس والأرض متجهات القوى $\vec{F}_{S/T}$ و $\vec{F}_{T/S}$ باستعمال السلم

$1,00.10^{22}\ N \leftrightarrow 1cm$

تمرين8

1ـ تبلغ المسافة بين نواتي ذرتي الأوكسجين في جزيئة الأوكسجين $147\ pm$

ويبلغ شعاع نواة ذرة الأوكسجين $3,2\ fm$ (مع $1\ fm = 10^{-15}\ m$) .

إذا امثلنا نواة ذرة الأوكسجين بكرة شعاعها $4,0\ cm$، ماهي إذن بهذا السلم

المسافة d بين نواتي ذرتي الأوكسجين في جزيئة الأوكسجين .

2 ـ يعطي الجدول أسفله المسافة بين بعض الكواكب والشمس :

الكوكب	المشتري	الزهرة	الأرض	المريخ	بلوتون
المسافة	778مليون كيلومتر	108مليون كيلومتر	150مليون كيلومتر	228مليون كيلومتر	5950مليون كيلومتر

نعطي شعاع الشمس : $r_S = 7.10^5\ km$

إذا امثلنا الشمس بكرة شعاعها $4,0\ cm$، أحسب بهذا السلم المسافة بين

كل كوكب من الكواكب الواردة في الجدول وبين الشمس .

3 ـ اعتماداً على نتائج السؤالين 1 و 2 ماذا تستنتج ؟

تمرين-9

توجد مراكز كل من الأرض والقمر ومركبة فضائية على استقامة واحدة . لتكن d المسافة بين مركزي الأرض والمركبة ذات الكتلة $m=1800kg$ و D المسافة بين مركزي الأرض والقمر .

1 ـ اكتب تعبير شدة قوة التجاذب الكوني التي يطبقها كل من القمر والأرض على المركبة

2 ـ حدد المسافة d_0 حيث تكون لهاتين القوتين نفس الشدة

تمرين-10

1ـ أعط مميزات متجهة الوزن $\vec{P}$ لجسم من الأجسام .

2 ـ أذكر كيف تتغير شدة الوزن كلما ابتعدنا عن سطح الأرض .

3ـ ماهو الارتفاع h عن سطح الأرض الذي يكون فيه وزن جسم لا يساوي إلا نصف قيمته (P_0) على سطح الأرض؟ $R = 6,40.10^3\ km$ شعاع الأرض .

تمرين-11

moustamani@hotmail.com

نعتبر جسمًا كتلته (m) يوجد على سطح كوكب كتلته M وشعاعه R .

1- أعط تعبير شدة قوة التجاذب الكوني التي يطبقها الكوكب على الجسم .

2- أعط تعبير شدة وزن هذا الجسم على سطح هذا الكوكب .

3- استنتج تعبير شدة الثقالة (g_0) على سطح هذا الكوكب .

4- أحسب شدة الثقالة g_0 في الحالتين التاليتين :

أ- على سطح الأرض ب- على سطح كوكب المشتري .

نعطي : * شعاع الأرض $R_T = 6400\,km$; * شعاع المشتري : $R_J = 7,15 . 10^4 km$

* كتلة الأرض $M_T = 6,0 . 10^{24} kg$ * كتلة المشتري $M_J = 1,9 . 10^{27} kg$

5- قارن وزن هذا الجسم على سطح الأرض بوزنه على سطح كوكب المشتري .

تمرين-12

نريد أن نبين من خلال هذا التمرين الكيفية التي يتم بها إغناء المعلومات حول المنظومة الشمسية . في مارس 1979 المركبة الفضائية Voyages 1 اقتربت من المشتري بارتفاع h_1=278000km حيث تم قياس شدة الثقالة g_1=1.04N/kg المحدث من طرف هذا الكوكب . بعد مرور بضعة أشهر تم قياس بواسطة Voyage 2 شدة الثقالة g_2=0.243N/kg عند ارتفاع h_2=650000km من سطح المشتري .

استنتج من هذه القياسات :

1 - قيمة كتلة المشتري

2 شعاع هذا الكوكب إذا افترضنا أن شكله كروي .

3 - شدة الثقالة على سطح المشتري

4 - قيمة الكتلة الحجمية ρ للمشتري .

تمرين-13

تتغير شدة الثقالة (g) بالقرب من الأرض مع الإرتفاع (h) .

1- بيّن أن الشدة (g) عند الارتفاع h ، تكتب : $g = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$

حيث : * g_0 : شدة الثقالة على سطح الأرض .

$g_0 = 9,8\ N.kg^{-1}$

* R : شعاع الأرض : $R = 6400\,km$

2- أحسب g عندما تكون : $h = 1,0 . 10^3 km$. نعطي :

$g_0 = 9,8\ N.kg^{-1}$ و R شعاع الأرض : $R = 6400\,km$

3- وزن جسم على سطح الأرض هو : $P_0 = 5,0 . 10^2\ N$.

3.1- أحسب كتلة هذا الجسم .

3.2- أحسب وزنه عند الارتفاع h الآنف الذكر .

4- عندما تكون : $h = 2R$ ، بيّن أن $P = \frac{P_0}{9}$.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمارين للبحث

تمرين-14

1- يوجد جسم (C) كتلته $m = 600kg$ على ارتفاع h_L من سطح القمر ذي الكتلة $M_L = 7,3\ 10^{22} kg$ و الشعاع $R_L = 1738\ km$.

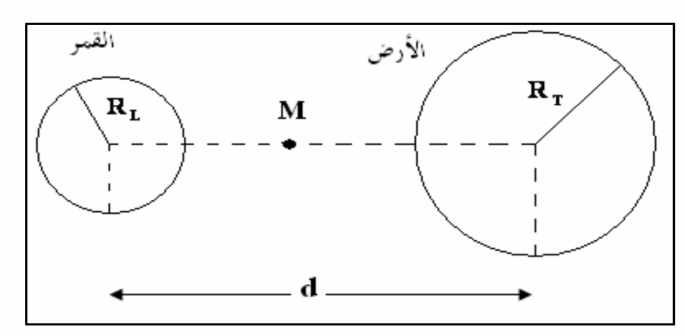
1-1- أعط تعبير شدة الثقالة g على علو h_L من سطح القمر بدلالة R_L و h_L و شدة الثقالة على سطح القمر g_0.

1-2- استنتج قيمة الارتفاع h_L علما أن النسبة $\frac{g}{g_0} = 0,25$.

1-3- احسب الشدة F للقوة المطبقة على الجسم (C) من طرف القمر.

نعطي ثابتة التجاذب الكوني $(S.I)\ G = 6,67\ 10^{-11}$.

2- نعتبر أن الجسم (C) يوجد عند نقطة M على ارتفاع $h'_L = 36415\ km$ من سطح القمر. تنتمي النقطة M إلى المستقيم المار بمركزي الأرض و القمر، بحيث تنعدم شدة مجموع القوى المطبقة على الجسم (C) من طرف الأرض و القمر (انظر الشكل).



2-1- أوجد تعبير المسافة المتوسطة التي تفصل بين مركزي الأرض و القمر، بدلالة R_L و h'_L و M_L و كتلة الأرض M_T.

2-2- أحسب قيمة d علما أن $M_T = 6\ 10^{24} kg$.

تمرين-15

1- نعتبر جسمين نقطيين A و B كتلتيهما على التوالي $m_A = 1kg$ و $m_B = 4kg$، تفصل بينهما المسافة $d = 2m$.

1-1- ذكر بقانون التجاذب الكوني.

1-2- أوجد مميزات قوى التجاذب بين A و B.

نعطي قيمة ثابتة التجاذب الكوني $G = 6,67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$.

2- نعتبر الأرض كروية الشكل شعاعها $R_T = 6400km$ و كتلتها M_T.

2-1- أعط تعبير شدة الثقالة g_0 على سطح الأرض بدلالة R_T و M_T و G.

2-2- أعط تعبير شدة الثقالة g على علو h من سطح الأرض بدلالة R_T و h و g_0.

2-3- ما هو وزن جسم (C) على الارتفاع $h = 6400km$ من سطح الأرض علما أن وزنه على سطح الأرض هو $P_0 = 800N$؛ ماذا تستنتج؟

3- نعتبر كوكبا اصطناعيا نقطيا (S) موجود على المحور (أرض – قمر) على المسافة d_L من مركز القمر، بحيث تنعدم شدة مجموع القوى المطبقة على (S) من طرف الأرض و القمر.

أوجد المسافة d_L علما أن المسافة الفاصلة بين مركزي الأرض و القمر هي $d = 38.10^4 km$.

نعطي: $M_T = 81 M_L$ حيث M_L: كتلة القمر

تمرين-16

كتلة شخص هي: $m = 80kg$.

1- أحسب شدة وزنه P_0 على سطح الأرض، حيث $g_0 = 9,81 N.kg^{-1}$.

2- أحسب شدة وزنه P_h على قمة جبل إفيرست $(Everest)$ التي علوها: $h = 8850\ m$.

3- كم تصبح شدة وزنه على سطح القمر؟ هل تغيرت كتلته؟ شدة الثقالة على سطح القمر: $g_L = g_0/6$

4- بين أن شدة الثقالة g على سطح كوكب لا تتعلق إلا بالشعاع R لهذا الكوكب، و بكتلته الحجمية المتوسطة ρ.

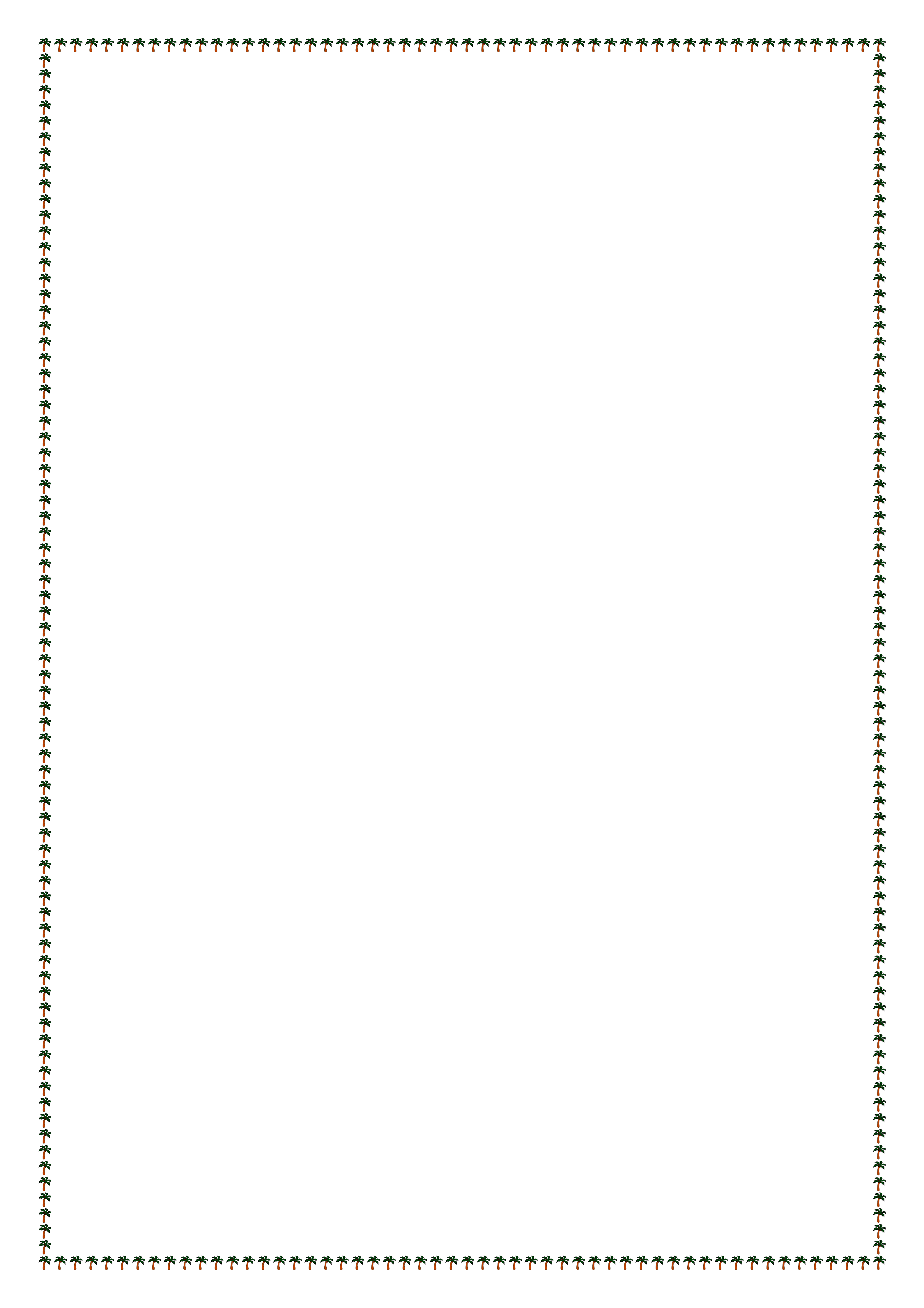
5- استنتج شدة وزن هذا الشخص إذا افترضنا أنه يوجد على سطح كوكب المريخ.

المعطيات: ثابتة التجاذب الكوني: $G = 6,67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$

شعاع كوكب المريخ: $R_M = 3400\ km$.

الكتلة المتوسطة للمريخ: $\rho_M \approx 4000\ kg.m^{-3}$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com



حلول السلسلة-1-التجاذب الكوني

تمرين-1

أ- لدينا : $1\,\mu m = 10^{-6}\,m$

إذن: $3,1\,\mu m = 3,1.10^{-6}\,m$

ب- لدينا: $1\,dm = 10^{-1}\,m$

$7,8\,dm = 7,8.10^{-1}\,m$.

ج- لدينا : $1\,mm = 10^{-3}\,m$

و $0,1 = 10^{-1}$

$0,1\,mm = 10^{-1}.10^{-3} = 10^{-4}\,m$

د- لدينا : $20 = 2.10^{1}$ و $1\,\mu m = 10^{-6}\,m$

$20\,\mu m = 2.10^{1} \times 10^{-6} = 2.10^{-5}\,m$.

هـ- لدينا: $125 = 1,25.10^{2}$ و $1\,pm = 10^{-12}\,m$

$125\,pm = 1,25.10^{2} \times 10^{-12} = 1,25.10^{-10}\,m$

و- لدينا: $1\,fm = 10^{-15}\,m$

إذن: $3,4\,fm = 3,4.10^{-15}\,m$.

تمرين-2

1- عدد الأرقام المعبرة :

* $3,25.10^{4}$ ، يضم هذا العدد 3 أرقام معبرة وهي 3 و 2 و 5 .
* $0,00043$: نكتب أولا هذا العدد كتابة علمية $(a.10^{n})$: $0,00043 = 4,3.10^{-4}$ إذن يضم هذا العدد رقمين مُعبّرين وهما 3 و 4 .
* 2.10^{5} : يضم هذا العدد رقما معبرا واحدا
* $5,01.10^{8}$: تحتوي هذا العدد على ثلاثة أرقام معبرة .
* $6,1.10^{-5}$: تحتوي هذا العدد على رقمين معبرين هما: 1 و 6 .
* $8,0.10^{-2} = 0,080$: تحتوي هذا العدد على رقمين معبرين

2- الكتابة العلمية :

الأعداد المكتوبة كتابة علمية هي :

$6,1.10^{-5}$; $5,01.10^{8}$; 2.10^{5}; $3,25.10^{4}$.

الكتابة العلمية للأعداد الأخرى هي:

$0,00043 = 4,3.10^{-4}$

$0,080 = 8,0.10^{-2}$

تمرين-3

لحل التمرين نستعمل مفهوم رياضي : التناسب .

نضع D_S قطر الشمس و D_T قطر الأرض و d_S قطر التفاحة التي تمثل الشمس و d_T قطر الشيء الذي يمثل الأرض .

علاقة التناسب بين المقادير الأربع : $\frac{D_S}{D_T} = \frac{d_S}{d_T}$ أي أن $d_T = \frac{D_T}{D_S} \times d_S$

تطبيق عددي : في المعطيات استعمل رقمين معبرين . إذن نعبر عن النتيجة كذلك برقمين معبرين .

$$d_T = \frac{1,3.10^{7}}{1,4.10^{9}} \times 10^{-2}\,m = 0,1.10^{-3}\,m$$

يمكن أن تمثل الأرض بحبة رمل صغيرة جدا .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-4

1 – وزن القمر الاصطناعي على سطح الأرض :

$$P_0 = mg_0$$

تطبيق عددي : $P_0 = 7848N$

2 – وزنه على علو h=300km من سطح الأرض :

$$P_h = mg$$

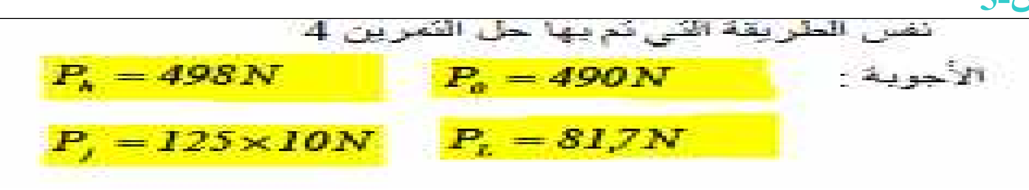
$$g = g_0(\frac{R}{R+h})^2$$

$$P_h = mg_0(\frac{R}{R+h})^2$$

$$P_h = P_0(\frac{R}{R+h})^2$$

تطبيق عددي : $P_h = 7144N$

تمرين-5


نفس الطريقة التي تم بها حل التمرين 4

الأجوبة :

$P_0 = 490N$ $\quad$ $P_h = 498N$

$P_L = 81,7N$ $\quad$ $P_J = 125 \times 10N$

تمرين-6

1- رتبة قدر الأطوال :

المقدار	القيمة	الكتابة العلمية	رتبة قدر العدد
قطر ذرة الهيدروجين	$53.10^{-12}m$	$53.10^{-11}m$	$10^{-10}m$
قطر الكرية الحمراء	$12\mu m$	$1,2.10^{-5}m$	$10^{-5}m$
طول قطعة خشبية	$1m$	$1m$	$1m$
قمة جبل إفيريست	$8848m$	$8,8848.10^3m$	10^4m
شعاع الأرض	64.10^2km	$6,4.10^6m$	10^7m
شعاع الشمس	$69,6.10^4km$	$6,96.10^8m$	10^9m
المسافة أرض-شمس	150.10^6km	$1,5.10^{11}m$	$10^{11}m$

2 – سلم المسافات :

10^{-11} 10^{-10} 10^{-9} 10^{-8} 10^{-7} 10^{-6} 10^{-5} 10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 1 10 10^2 10^3 10^4 10^5 10^6 10^7 10^8 10^9 10^{10} 10^{11}

3 – طبيعة السلم :

هذا السلم ليس خطيا لأن القيمة بين تدريجتين متتاليتين غير ثابت .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com



تمرين-7

1 – تماثل كروي : أن توزيع المادة الكتلية للجرم تكون بشكل منتظم حول مركزه .

2 – تعبير قوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس على الأرض :

$$F_{S/T} = G\frac{M_S M_T}{D^2}$$

تطبيق عددي : $F_{S/T} = 3,51.10^{22} N$

3 – قوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الأرض على الشمس :

$$F_{T/S} = G.\frac{M_S.M_T}{D^2} = F_{S/T}$$

قيمة شدتها هي : $F_{T/S} = 3,51.10^{22} N$

4 – تمثيل متجهة القوتين باستعمال السلم $1,00.10^{22} \leftrightarrow 1cm$

تمرين-8

1- المسافة بين نواتي الذرتين :

حسب السلم المستعمل لدينا :

أي : $4cm \rightarrow 3,2\ fm$

$4.10^{-2} m \longrightarrow 3,2.10^{-15} m$

$d \longrightarrow 147.10^{-12} m$

إذن : $d = \frac{4.10^{-2} \times 147.10^{-12}}{3,2.10^{-15}}$

$d = 1837,5\ m = 1,8.10^{3} m$

2- المسافة بين الشمس وكل كوكب :

حسب السلم : $4cm \longrightarrow 7.10^{5} km$

أي : $4.10^{-2} m \longrightarrow 7.10^{8} m$

لنكتب مختلف المسافات بالمتر :

* المسافة شمس – زهرة :

$D_V = 108.10^{6} km = 1,08.10^{11} m$

* المسافة شمس – أرض :

$D_T = 150.10^{6} km = 1,5.10^{11} m$

* المسافة شمس – زحل :

$D_S = 228.10^{6} km = 2,28.10^{11} m$

* المسافة شمس – المشتري :

$D_J = 778.10^{6} km = 7,78.10^{11} m$

* المسافة شمس – بلوتون :

$D_P = 5950.10^{6} km = 5,95.10^{12} m$

باستعمال علاقة التناسب :

$4.10^{-2} m \longrightarrow 7.10^{8} m$

$d \longrightarrow D$

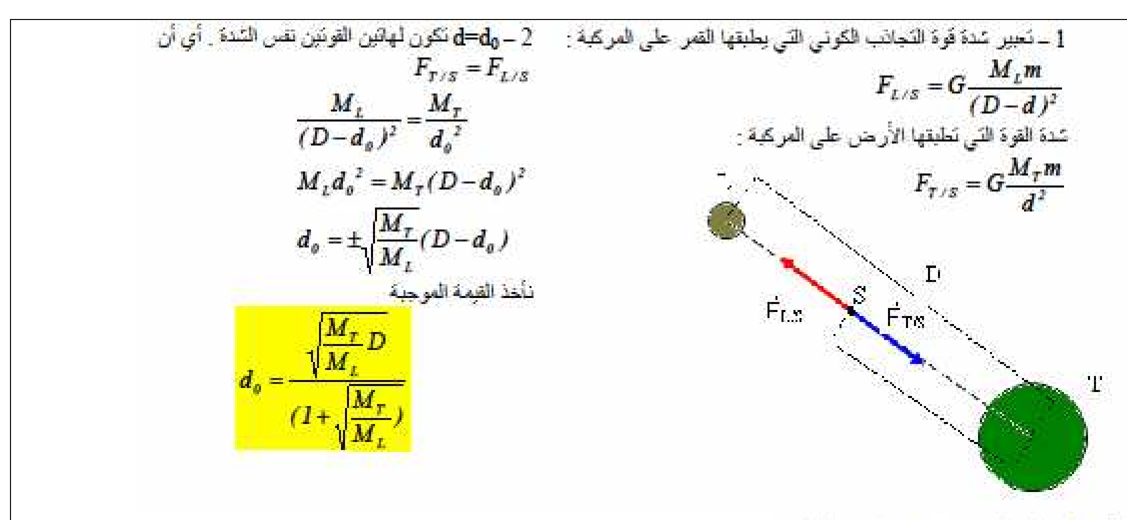
إذن : $d = \frac{D \times 4.10^{-2}}{7.10^{8}}$

المسافة D	المسافة d حسب السلم
D_V	6,2 m
D_T	8,6 m
D_S	13 m
D_J	44 m
D_P	340 m

3- الاستنتاج :

نستنتج من السؤالين 1 و 2 أنه على المستوى الذري أو المستوى الفلكي، يتكون الفضاء أساسا من الفراغ .

تمرين-9


1 – تعبير شدة قوة التجاذب الكوني التي يطبقها القمر على المركبة :

$$F_{L/S} = G\frac{M_L m}{(D-d)^2}$$

شدة القوة التي تطبقها الأرض على المركبة :

$$F_{T/S} = G\frac{M_T m}{d^2}$$

2 – $d=d_0$ تكون لهاتين القوتين نفس الشدة . أي أن

$$F_{T/S} = F_{L/S}$$

$$\frac{M_L}{(D-d_0)^2} = \frac{M_T}{d_0^2}$$

$$M_L d_0^2 = M_T (D-d_0)^2$$

$$d_0 = \pm\sqrt{\frac{M_T}{M_L}}(D-d_0)$$

نأخذ القيمة الموجبة

$$d_0 = \frac{\sqrt{\frac{M_T}{M_L}}D}{(1+\sqrt{\frac{M_T}{M_L}})}$$

نأخذ القيمة السالبة نحصل على النتيجة التالية :

$$d_0 = \frac{-\sqrt{\frac{M_T}{M_L}}D}{(1-\sqrt{\frac{M_T}{M_L}})}$$

في هذه الحالة نكون بما أن

$$\frac{M_T}{M_L} = \frac{M_T}{\frac{M_T}{83}} = 83$$

$$\sqrt{83} = 9,11$$

يعني أن $d_0 = 1.12D > D$ أي لايمكن أن المركبة لا توجد بين الأرض و القمر إذن نبعد هذا الحل ونحتفظ بالحل الأول.

تطبيق عددي : $M_L = \frac{1}{83}M_T$ $d_0 = 3,42.10^8\,m$

تمرين10-

1- مميزات الوزن :

لـ $\vec{P}$ وزن الجسم المميزات التالية :

* نقطة التأثير : G مركز ثقل الجسم
* الاتجاه : الخط الرأسي المار من G
* المنحى : نحو الأسفل .
* الشدة : $P = mg$

2- تغير الوزن حسب الارتفاع :

ما ابتعدنا عن سطح الأرض إلا وتناقصت قيمة شدة الثقالة g، وبالتالي تتناقص شدة وزن الجسم .

3- قيمة الارتفاع h :

نعلم أن : $g_h = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$

إذن وزن جسم عند الارتفاع h هو :

$$P_h = m g_h$$

$$P_h = m g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

مع : $P_0 = m g_0$ إذن : $P_h = P_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

إذا كان $P_h = \frac{P_0}{2}$ فإن :

$$P_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{P_0}{2} \Rightarrow \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{R}{R+h} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$R\sqrt{2} = R + h \Rightarrow h = R\sqrt{2} - R$$

$$h = R(\sqrt{2} - 1)$$

ت ع : $h = 6,40.10^3(\sqrt{2} - 1)$

$$h = 2,65.10^3\,km$$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-11

1- شدة قوة التجاذب:

يُعبَّر عن شدة قوة التجاذب بين الجسم والكوكب بالعلاقة: $F = \frac{G.m.M}{d^2}$

وبما أن الجسم يوجد على سطح الكوكب فإن: $d = R$ شعاع الكوكب.

إذن: $F = \frac{G.m.M}{R^2}$

2- تعبير وزن الجسم على سطح الكوكب:

بما أن $\vec{F}$ و $\vec{P}$ متماثلان، فإن: $P_0 = F = \frac{G.m.M}{R^2}$

3- تعبير g_0 شدة ثقالة الكوكب:

نعلم أن: $P_0 = mg_0$

وحسب السؤال -2- فإن: $P_0 = \frac{G.m.M}{R^2}$

إذن: $mg_0 = \frac{G.m.M}{R^2}$

ومنه: $g_0 = \frac{G.M}{R^2}$

4- حساب g_0:

* بالنسبة للأرض: $g_{0_T} = \frac{G.M_T}{R_T^2}$

$\Rightarrow g_{0_T} = \frac{6,67.10^{-11} \times 6.10^{24}}{(6400.10^3)^2}$

$g_{0_T} = 9,8\ N.kg^{-1}$.

* بالنسبة لكوكب المشتري:

$g_{0_J} = \frac{G.M_J}{R_J^2}$

$\Rightarrow g_0 = \frac{6,67.10^{-11}.1,9.10^{27}}{(7,15.10^7)^2}$

$g_{0_J} = 24,789 \approx 25\ N.kg^{-1}$.

5- المقارنة:

لنحسب: $\frac{g_{0_J}}{g_{0_T}}$.

$\frac{g_{0_J}}{g_{0_T}} \approx 2,55 \approx 2,6$

إذن: يفوق وزن هذا الجسم على كوكب المشتري وزنه على الأرض بـ 2,6 مرة.

تمرين-12

نعتبر أن المشتري له تماثل كروي للكتلة

1 – عندما تكون المركبة الفضائية voyager 1 على ارتفاع h_1 من سطح المشتري فشدة المجال التجاذبي (نعتبره يساوي شدة الثقالة) في هذه النقطة هو: $g_1 = G\frac{M}{(R+h_1)^2}$ M كتلة كوكب المشتري و R شعاع كوكب المشتري

نفس الشيء بالنسبة للمركبة الفضائية Voyager 2 $g_2 = G\frac{M}{(R+h_2)^2}$

$(R+h_1)^2 = \frac{G.M}{g_1} \Leftrightarrow (R+h_1) = \sqrt{\frac{G.M}{g_1}}\ (1)$

$(R+h_2)^2 = \frac{G.M}{g_2} \Leftrightarrow (R+h_2) = \sqrt{\frac{G.M}{g_2}}\ (1)$

$(2)-(1) \Leftrightarrow h_2 - h_1 = \left(\sqrt{\frac{G.M}{g_2}} - \sqrt{\frac{G.M}{g_1}}\right)$

$h_2 - h_1 = \sqrt{G.M}\left(\sqrt{\frac{1}{g_2}} - \sqrt{\frac{1}{g_1}}\right)$

$M = \frac{1}{G}\left(\frac{h_2 - h_1}{\frac{1}{\sqrt{g_2}} - \frac{1}{\sqrt{g_1}}}\right)^2$.

تطبيق عددي $M = 1,90.10^{27}\ kg$

2 – شعاع كوكب المشتري

أي أن $R + h_1 = \sqrt{\frac{G.M}{g_1}}$ $R = \sqrt{\frac{G.M}{g_1}} - h_1$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تطبيق عددي

$R = 71,0.10^3\, km$

3 ـ شدة الثقالة على سطح المشتري : $g_0 = G\dfrac{M}{R^2}$ تطبيق عددي $g_0 = 25,1 N/kg$

4 ـ الكتلة الحجمية ρ للمشتري

إذا اعتبرنا أن كوكب المشتري كروي الشكل فإن حجمه $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$ ونعلم أن الكتلة الحجمية

$\rho = \dfrac{M}{V} \Leftrightarrow \rho = \dfrac{3M}{4\pi R^3}$ تطبيق عددي : $\rho = 1,3.10^3\, kg.m^{-3}$

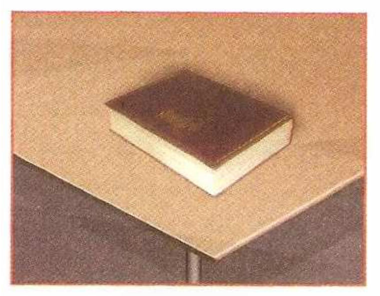
المشتري هو اضخم كوكب في النظام الشمسي وكتلته أكبر من كتلة الأرض ب 318 مرة ومتوسط شعاعه يساوي 11 مرة شعاع الأرض وشدة ثقالته على سطحه أكبر من شدة ثقالة الأرض ب 2.5 مرة . لكن يلاحظ أن له كثافة ضعيفة بالنسبة للأرض فهو يتكون من 99% من الهيدروجين والهليوم .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com



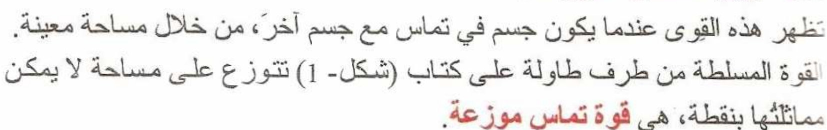
امثلة لتاثيرات ميكانيكية

1 قوى التَّماس : Forces de contact



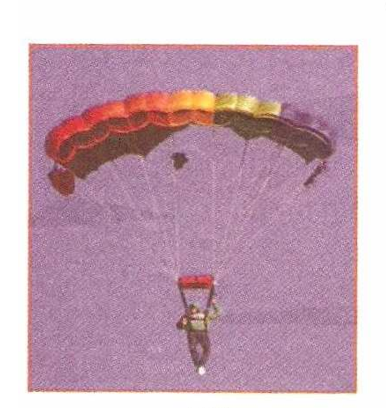
شكل -1

1.1- قِوى التَّماس الموزعة.



تظهر هذه القِوى عندما يكون جسم في تماس مع جسم آخرَ، من خلال مساحة معينة.
القوة المسلطة من طرف طاولة على كتاب (شكل- 1) تتوزع على مساحة لا يمكن مماثلتُها بنقطة، هي **قوة تماس موزعة**.

القوة المسلطة من طرف الهواء على المظلة(شكل- 2) تتوزع على كل المساحة الباطنية للمظلة.



الشكل 2

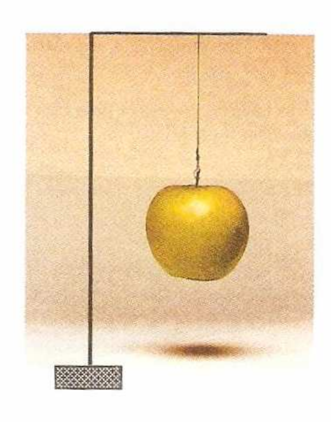
1.2- قِوى التَّماس المُموَضعة :

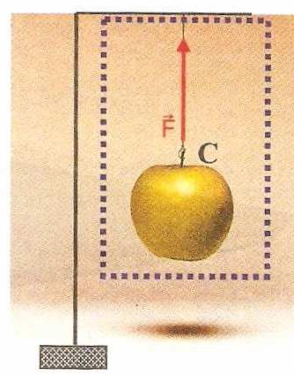
يسلط الخيط قوة تماس على التفاحة(شكل -3) ، يمكن اعتبار مساحة التماس بين الخيط و التفاحة نُقطية (النقطة C) ، نقول إن القوة المسلطة من طرف الخيط على التفاحة هي **قوة تماس موضعة**، و تمثل النقطة C نقطة تأثيرها.

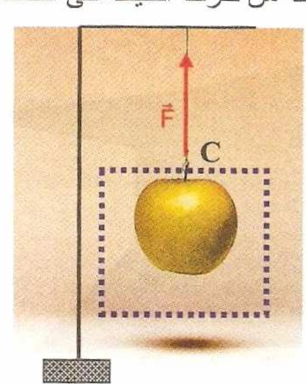
1.3- القِوى الداخلية و القِوى الخارجية:

تحديد المجموعة المدروسة يُمكن من تصنيف القِوى إلى داخلية و خارجية :
القوى الخارجية هي القوى المطبقة من طرف جسم لا ينتمي إلى المجموعة المدروسة على جسم آخر ينتمي إلى هذه المجموعة، بينما تكون القوى الداخلية مطبقة من طرف جسم ينتمي إلى المجموعة المدروسة على جسم آخر ينتمي إلى المجموعة نفسها.

مثال: **المجموعة المدروسة: التفاحة:**
القوة المسلطة من طرف الخيط على التفاحة تعتبر قوةً خارجية.
المجموعة المدروسة: التفاحة + السلك الفِلزي
القوة المسلطة من طرف الخيط على التفاحة تعتبر قوة داخلية.







شكل-3

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

2 القوة الضاغطة

1.2 - مفهوم القوة الضاغطة

نشاط تجريبي 1 القوة الضاغطة


تغير شكل الغشاء المطاطي

أ - حالة سائل :

نتوفر على إناء به فتحة جانبية سدت بغشاء مطاطي. نملأ الإناء بسائل، فنلاحظ أن الغشاء المطاطي يتحدب


وجود قوة ضاغطة مطبقة على الأصبع

ب - حالة غاز :

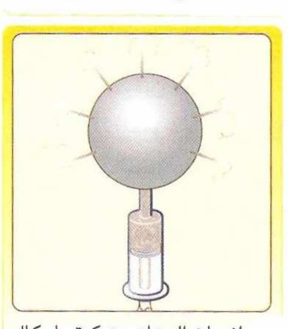
نحكم سد فوهة مضخة دراجة بأصبع ونضغط على المكبس، فنحس بتأثير يقع على الأصبع

نشاط تجريبي 2 خط تأثير القوة الضاغطة


اندفاع الماء من الحوقلة

أ - حالة سائل :

نملأ حوقلة، بها ثقوب صغيرة، بالماء، فنلاحظ أن السائل يندفع عبر الثقوب


انبعاث الدخان من كرة باسكال

ب - حالة غاز :

ندخل دخانا في كرة باسكال، وهي كرة ذات غشاء رقيق به ثقوب، ثم نضغط على مكبس المحقن، فنلاحظ انطلاق الدخان عبر ثقوب الغشاء

ج - خلاصة :

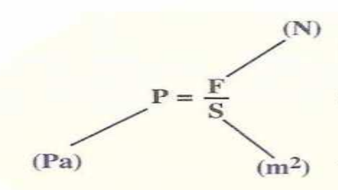
نستنتج مما سبق أن كل مائع - سائلا كان أم غازا - في تماس بجسم آخر، يمارس على هذا الأخير تأثير تماس موزعا يتم على سطح تماسهما.
ونسمي القوة المقرونة بهذا التأثير **قوة ضاغطة**.
ويكون خط تأثير هذه القوة عموديا على سطح تماس الجسم والمائع.

2.2 ـ التعليل المجهري

يتكون جسم مائع من دقائق مادية متناهية في الصغر ـ ذرات، جزيئات، أيونات ـ في حركة دائمة وعشوائية مما يجعلها تصطدم دون انقطاع بسطح الجسم الذي يحوي المائع.
وينتج عن هذه الاصطدامات المتتالية قوة ضاغطة على سطح الجسم الملامس للمائع.

3.2 ـ مفهوم الضغط

أ ـ تعريف



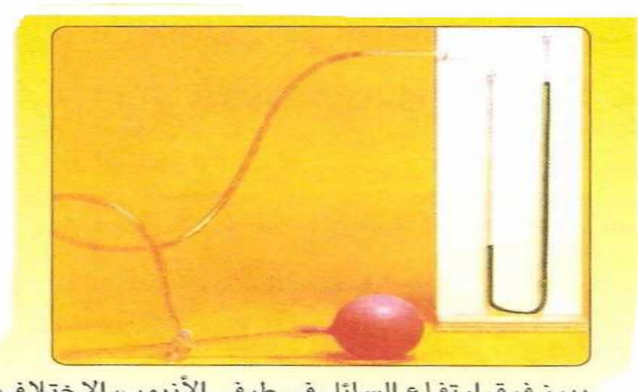
تسمى ضغط جسم مائع ساكن خارج قسمة شدة القوة الضاغطة على المساحة S لسطح تماس الجسم الذي يقع عليه تأثير الجسم المائع.

وحدة الضغط في النظام العالمي للوحدات هي الباسكال (Pascal)
ورمزها هو (Pa). وتستعمل أيضا وحدات أخرى وهي:

- البار: ورمزها هو (bar). $1\ bar = 10^5\ Pa$
- السنتيمتر من الزئبق: ورمزها هو (cm Hg) بحيث: $76cm\ Hg = 101325\ Pa$
- الأطموسفير: ورمزها هو (atm) $1atm = 101325\ Pa$

ب ـ الضغط الجوي

يتصف الهواء من حولنا بالضغط الذي يطبقه على الأجسام التي تلامسه، ويسمى هذا الضغط: الضغط الجوي.
قيمة الضغط الجوي على سطح الأرض هي: $P_{atm} = 101325\ Pa$



يبرز فرق ارتفاع السائل في طرفي الأنبوب، الاختلاف بين الضغط داخل النفاخة والضغط الجوي

ج - قياس الضغط

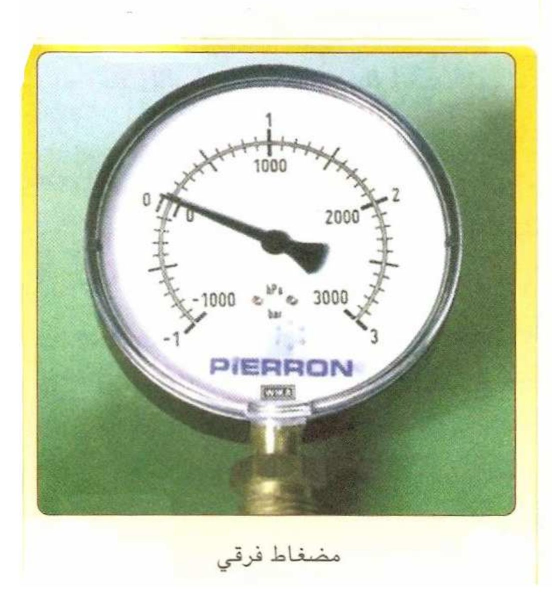
لقياس ضغط في جسم مائع نستعمل مضغاطا (مانومتر).

والمضاغيط نوعان :

- مضاغيط مطلقة، تقيس الضغط بالنسبة للفراغ.
- مضاغيط فرقية، تقيس الضغط بالنسبة للهواء الجوي.

أما الضغط الجوي فيقاس بواسطة بارومتر.

ويعتمد مبدأ المضغاط الفرقي على تشوه غشاء بفعل الفرق بين الضغط الذي يطبقه على إحدى جهتيه الغاز المراد قياسه، والضغط الجوي المطبق على الجهة الأخرى. وينتج عن هذا التشوه دوران إبرة، فتستقر عند تدريجة ما للميناء. فعندما تشير الإبرة إلى القيمة O، فهذا يعني أن ضغط الغاز يساوي الضغط الجوي تقريبا (أي 10^5 Pa). وإذا كانت الإبرة تشير إلى القيمة 4 bar، فهذا معناه أن ضغط الغاز هو 5.10^5 Pa .



مضغاط فرقي

3_تطبيقات

نختبر التركيب التالي والمكون من نابضين (R_1) و(R_2)، كتلتاهما مهملتان مرتبطين بخطاف ومثبتين بحاملين ثابتين.

1- مثل بدون سلم القوة التي يطبقها (R_1) على (R_2) والقوة التي يطبقها (R_2) على (R_1).

2- باعتبار المجموعة المدروسة هي $\{R_1, R_2\}$، حدد القوى الخارجية المطبقة عليها والقوى الداخلية للمجموعة.

الحل

1- تمثيل القوى:

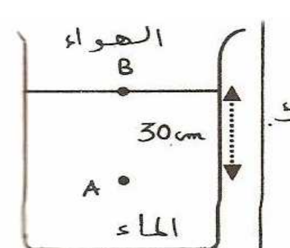
2- جرد القوى - تصنيف القوى:

بما أن كتلتي النابضين مهملتان، فهما لا تخضعان لتأثير الأرض.

* تخضع المجموعة لقوتين يطبقهما الحاملان وهما قوتان خارجيتان لأن الذي يطبقهما إنما هو جسم لا ينتمي للمجموعة على جسم ينتمي إلى المجموعة.

* القوتان $\vec{F}_{2/1}$ و $\vec{F}_{1/2}$ قوتان داخليتان لأن الذي يطبقهما إنما هو جسم ينتمي إلى المجموعة على جسم آخر ينتمي هو أيضا إلى نفس المجموعة.

تطبيق-2



نعتبر إناءً مملوءاً بالماء .

1- ماهي قيمة الضغط P عند النقطة B للسائل ؟ علل جوابك.

نعطي الضغط الجوي : $P = 10^5 Pa$.

2- قارن الضغط عند النقطتين A و B .

3- علماً أن الضغط يزداد بالقيمة $10^2 Pa$ كلما ابتعدنا عن السطح الحر للسائل بالمسافة $d = 1,0 cm$ ؛ أحسب الضغط عند النقطة A

4- أحسب شدة القوة الضاغطة المطبقة على قعر الإناء الذي يوجد على عمق 50cm من السطح الحر للسائل . نعطي : مساحة قعر الإناء $S = 31,4 cm^2$.

الحل

1- قيمة الضغط عند النقطة B :

توجد النقطة B على السطح الحر للسائل الفاصل بين الهواء والسائل.

إذن يساوي الضغط عند B الضغط الجوي

$P(B) = 10^5 Pa$.

2- مقارنة الضغطين P(A) و P(B) :

يتزايد الضغط مع تزايد عمق السائل

إذن : $P(B) < P(A)$

3- حساب P(A) :

تتزايد قيمة الضغط بـ $10^2 Pa$ ، كلما ابتعدنا عن السطح بـ 1cm ،

وحسب العلاقة التناسبية :

$1 cm \rightarrow 10^2 Pa$.

$30 cm \rightarrow X$

$X = \frac{30.10^2}{1} \Rightarrow X = 3.10^3 Pa$.

عند الانتقال من B إلى A

إذن : يزداد الضغط بـ : $3.10^3 Pa$

إذن ، فالضغط عند (A) هو :

$P(A) = P(B) + 3.10^3$

$P(A) = 103.10^3 Pa = 1,03.10^5 Pa$.

4- حساب شدة القوة الضاغطة :

ترتبط شدة القوة الضاغطة بالضغط عن طريق العلاقة : $P = \frac{F}{S}$ ؛ مع :

F : شدة القوة الضاغطة .

S : مساحة قعر الإناء . $S = 31,4 cm^2$

P : الضغط عند قعر الإناء .

لنحسب P عند قعر الإناء الذي يوجد على بعد 50cm من السطح .

نتّبع نفس طريقة حساب P(A) .

$1 cm \longrightarrow 10^2 Pa$

$50 cm \longrightarrow X$

$X = 5.10^3 Pa$

ومنه : $P = P(B) + 5.10^3 = 1,05.10^5 Pa$

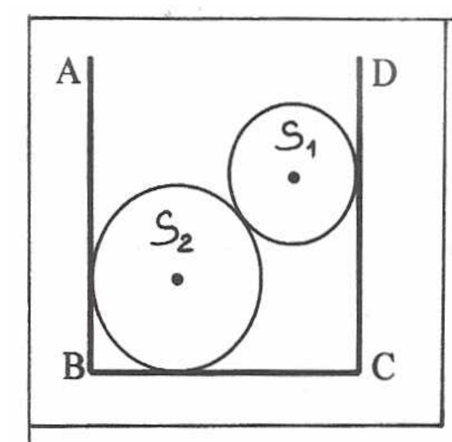
وبالتالي : $F = P \times S$

$F = 1,05.10^5 \times 31,4.10^{-4}$

$F = 3,30.10^2 N$.

السلسلة-2-امثلة لتاثيرات ميكانيكية

تمرين-1



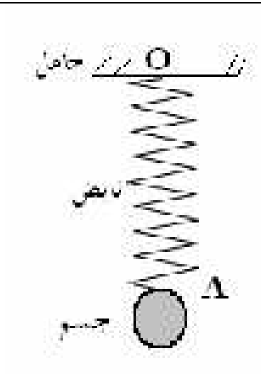
نضع كرتين (S_1) و(S_2) في علبة ABCD كتلتها مهملة.

1- أجرد القوى المطبقة على (S_1) ثم على (S_2).

2- أجرد القوى المطبقة على المجموعة المكونة من الكرتين $\{S_1 , S_2\}$.

3- أجرد القوى الخارجية والقوى الداخلية للمجموعة $\{$العلبة$, S_2 , S_1\}$.

تمرين-2



تعلق جسما صلبا A كتلته $m_A=500g$ بالطرف الحر O لنابض R. الطرف الآخر O' مثبت بحامل. أنظر الشكل.

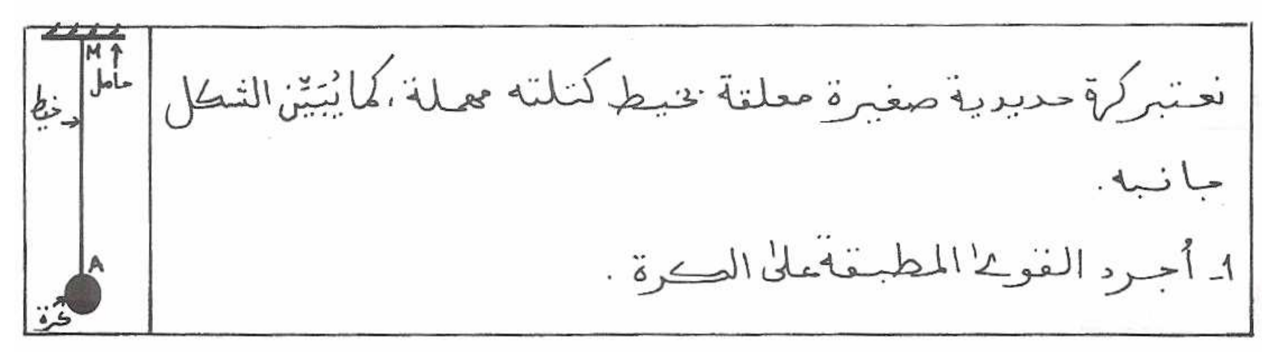
1 – المجموعة المدروسة هي الجسم A. أجرد القوى المطبقة على هذه المجموعة.

2 – مثل هذه القوى على تبيانة واضحة. السلم: $2N \leftrightarrow 1cm$

3 – أجب على نفس الأسئلة إذا اخترنا المجموعة المدروسة هي النابض R.

4 – بتطبيق مبدأ التأثيرات المتبادلة في O و O' أوجد العلاقات بين شدات مختلف القوى المطبقة

تمرين-3



نعتبر كرة حديدية صغيرة معلقة بخيط كتلته مهملة، كما يبيّن الشكل جانبه.

1- أجرد القوى المطبقة على الكرة.

www.moustakim.c.la

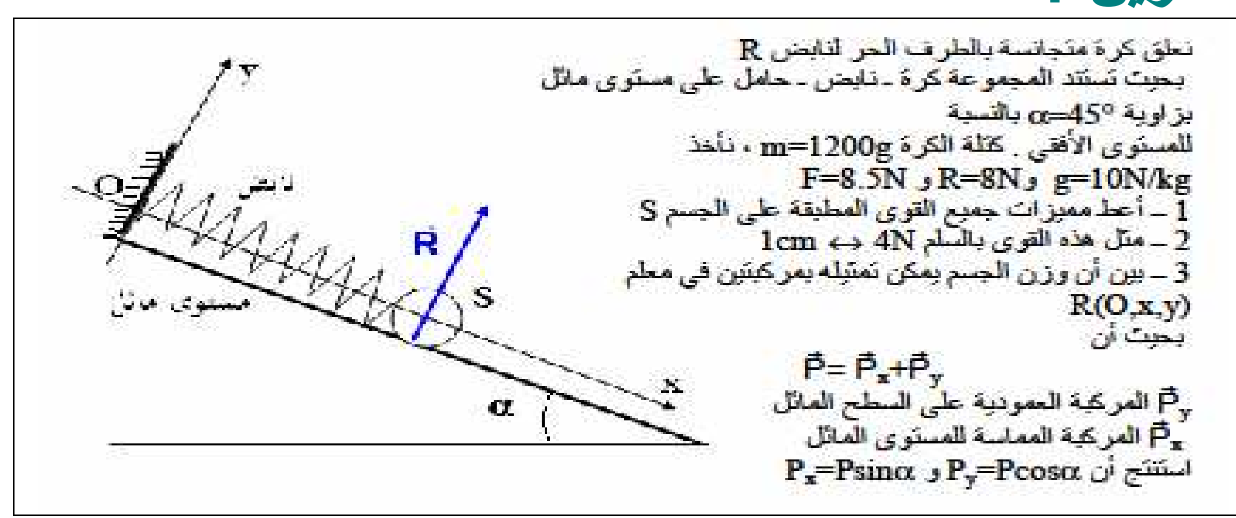
moustamani@hotmail.com

2 ـ أجرد القوى المسلطة على المجموعة { كرة ، خيط } ، وصنفها إلى قوى خارجية وقوى داخلية .

3 ـ نقرب من الكرة مغناطيسا ، فتنجذب نحوه .

مثل على تبيانة الكرة والخيط في الوضع الجديد والقوى المطبقة على الكرة بدون سلم .

تمرين-4



تعلق كرة متجانسة بالطرف الحر لنابض R بحيث تستند المجموعة كرة ـ نابض ـ حامل على مستوى مائل بزاوية $\alpha=45°$ بالنسبة للمستوى الأفقي . كتلة الكرة $m=1200g$ ، نأخذ $F=8.5N$ و $R=8N$ و $g=10N/kg$

1 ـ أعط مميزات جميع القوى المطبقة على الجسم S

2 ـ مثل هذه القوى بالسلم $1cm \leftrightarrow 4N$

3 ـ بين أن وزن الجسم يمكن تمثيله بمركبتين في معلم $R(O,x,y)$ بحيث أن

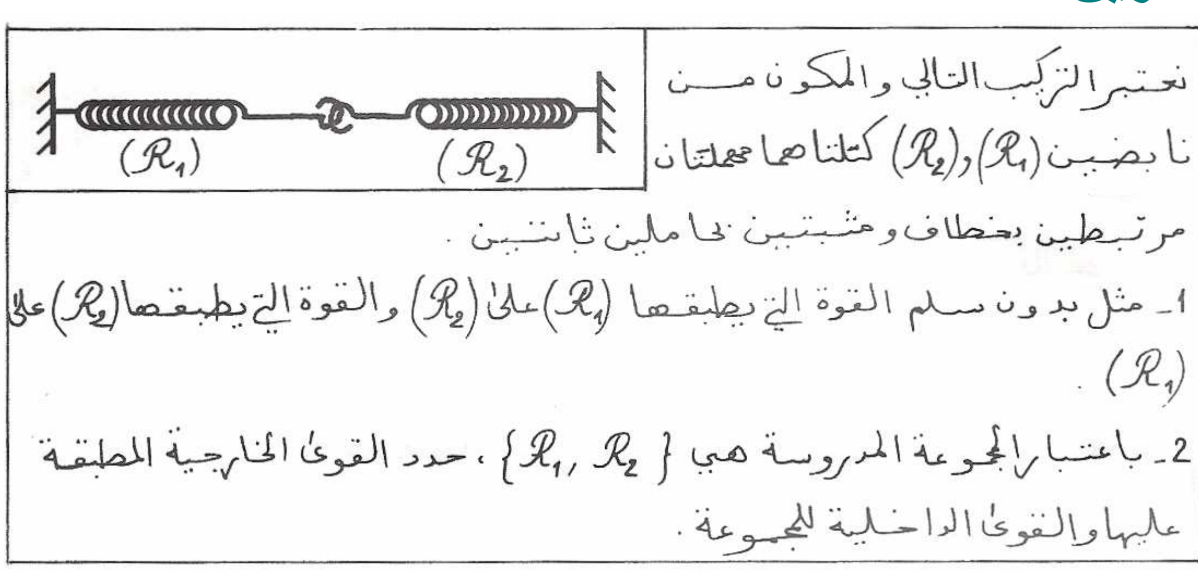
$$\vec{P}=\vec{P}_x+\vec{P}_y$$

$\vec{P}_y$ المركبة العمودية على السطح المائل

$\vec{P}_x$ المركبة المماسة للمستوى المائل

استنتج أن $P_x=P\sin\alpha$ و $P_y=P\cos\alpha$

تمرين-5



نعتبر التركيب التالي والمكون من نابضين (R_1) و(R_2) كتلتاهما مهملتان مرتبطين بخطاف ومثبتين بحاملين ثابتين .

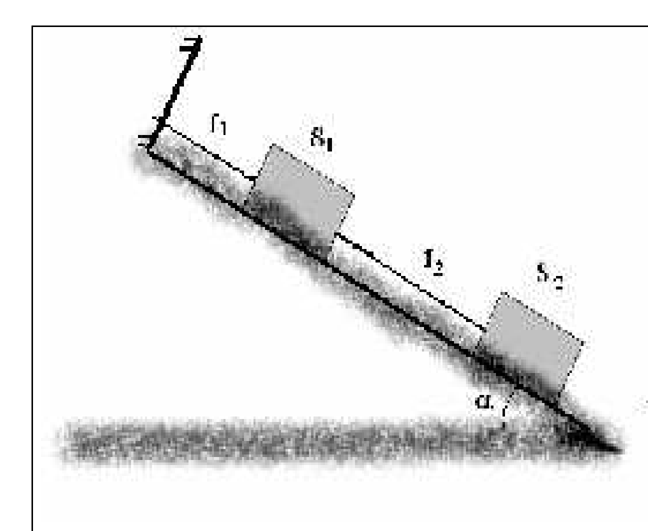
1 ـ مثل بدون سلم القوة التي يطبقها (R_1) على (R_2) والقوة التي يطبقها (R_2) على (R_1) .

2 ـ باعتبار المجموعة المدروسة هي $\{R_1, R_2\}$ ، حدد القوى الخارجية المطبقة عليها والقوى الداخلية للمجموعة .

www.moustakim.c.la

moustamani@hotmail.com

تمرين-6



على مستوى مائل بزاوية $\alpha=30°$ وضع جسمين S_1 وS_2 كتلتهما
$M_1=M_2=100g$ مرتبطين بخيطين 1و 2 والخيط 1
مثبت بحامل في النقطة A نعتبر أن الاحتكاكات مهملة (أنظر الشكل)

1 ـ اجرد القوى المطبقة على الجسم S_1 . ما هي القوى الداخلية والخارجية ؟

2 ـ أجرد القوى المطبقة على الجسم S_2 . ما هي القوى الداخلية والخارجية ؟

3 ـ أجرد القوى الطبقة على المجموعة (S_2 ، S_1) . ما هي القوى الداخلية و الخارجية؟

4 ـ ماذا يمكن أن نقول بالنسبة للقوى الداخلية بالنسبة للمجموعة المدروسة (S_2 ، S_1)؟

تمرين-7

ـ مثل الشكل جانبه دينامومترين (D_1) و(D_2) مرتبطين في نقطة O بواسطة خطاف .

1ـ حدد مميزات القوة $\vec{F}_{1/2}$ التي يطبقها (D_1) على (D_2) و مميزات القوة $\vec{F}_{2/1}$ التي يطبقها (D_2) على (D_1) .

2 ـ هل تخضع هاتان القوتان لمبدإ التأثيرات المتبادلة ؟

3 ـ هل هذه القوى قوى تماس أم قوى مؤثرة عن بعد ؟

4 ـ مثل بالسلم : $1cm \rightarrow 5N$ القوتين $\vec{F}_{1/2}$ و $\vec{F}_{2/1}$.



نعتبر عارضة OA كتلتها $M = 0,50kg$ وطولها $L = 1m$ قابلة للدوران حول محور (Δ) أفقي يمر من طرفها O
ومرتبطة بالطرف الحر A لنابض كتلته مهملة وطوله الأصلي ℓ_0 تكون العارضة زاوية α مع الخط المنظمي .

1 ـ نعتبر المجموعة { نابض ، عارضة OA } أجرد القوى المطبقة على المجموعة ، ثم صنفها إلى قوى خارجية وداخلية . ماذا يمكن أن نستنتج بالنسبة للقوى الداخلية .

2 ـ صنف القوى الخارجية إلى قوى التماس وقوى عن بعد ثم إلى قوى التماس المموضعة وقوى التماس الموزعة .

3 ـ مثل على التبيانة متجهة وزن العارضة ومتجهة القوة المطبقة من طرف العارضة على النابض إذا علمت أن شدتها $6N$. السلم $2N \leftrightarrow 1cm$

4 ـ نعتبر المجموعة المدروسة العارضة OA . أجرد القوى المطبقة على العارضة .
مثل على تبيانة متجهة القوة المطبقة من طرف النابض على العارضة ، إذا علمت أن شدتها 6N . استعمل نفس السلم السابق .

تمرين-9

نعتبر إناءً مملوءاً بالماء.

1- ما هي قيمة الضغط P عند النقطة B للسائل ؟ علل جوابك.

نعطي الضغط الجوي: $P = 10^5 Pa$.

2- قارن الضغط عند النقطتين A و B.

3- علماً أن الضغط يزداد بالقيمة $10^2 Pa$ كلما ابتعدنا عن السطح الحر للسائل بالمسافة $d = 1,0 cm$ ؛ أحسب الضغط عند النقطة A

4- أحسب شدة القوة الضاغطة المطبقة على قعر الإناء الذي يوجد على عمق

الهواء
B
30 cm
A
الماء

تمرين-10

يحقق الضغط p داخل سائل على العمق h العلاقة التالية :

$$p - p_0 = \rho g h$$

بحيث p_0 الضغط الجوي .

ρ الكتلة الحجمية للسائل (الماء) $\rho = 1g.cm^3$

1 – اعتمادا على القاعدة اعلاه فسر لماذا يكون سمك قاعدة السد أكبر من من جزئه العلوي ؟

2 – احسب ضغط الماء عند العمق $h = 60m$

3 – احسب شدة القوة الضاغطة المطبقة على غطاء سكر (vanne) قطره $d = 1m$ يجد على عمق h

نعطي $g = 10N/Kg$ و $p_0 = 10^5 Pa$

تمرين-11

لقياس الضغط نستعمل المضغاط الفرقي مبدأ اشتغاله يعتمد على تشوه غشاء بفعل الفرق بين الضغط الذي يطبقه الغاز المراد قياسه والضغط الجوي المطبق على الجهة المعرضة للهواء . فينتج عن هذا التشوه دوران إبرة فتستقر على تدريجة ما للمبناء . عندما تشير الإبرة إلى القيمة 0 هذا يعني أن الضغط يساوي الضغط الجوي تقريبا ($10^5 Pa$) . يحتوي ميناء مضغاط فرقي على 20 تدريجة من 0 إلى 10bar .

كم تكون قيمة الضغط إذا استقرت الإبرة على التدريجة 14 ؟

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

حلول السلسلة-2-امثلة لتاثيرات ميكانيكية

تمرين-1

1- جرد القوى :

المجموعة المدروسة : (S_1) .

تخضع (S_1) للقوى التالية :

* $(G_1, \vec{P_1})$: وزن S_1 .
* $(M, \vec{F_1})$: القوة التي يطبقها الجدار CD
* $(K, \vec{F}_{2/1})$ القوة التي تطبقها الكرة (S_2) على (S_1) .

المجموعة المدروسة (S_2) :

تخضع (S_2) للقوى التالية :

$(G_2, \vec{P_2})$: وزن S_2 .

$(N, \vec{F_2})$: القوة التي يطبقها الجدار AB على (S_2) .

$(J, \vec{F})$: القوة التي تطبقها القعر على (S_2)

$(K, \vec{F}_{1/2})$: القوة التي تطبقها الكرة (S_1) على (S_2) .

2 - جرد القوى المطبقة على المجموعة $\{S_1, S_2\}$:

تخضع المجموعة $\{S_1, S_2\}$ للقوى التالية $(M,\vec{F_1})$ و $(G_1,\vec{P_1})$ و $(G_2,\vec{P_2})$ و $(J,\vec{F})$ و $(N,\vec{F_2})$.

3 - جرد القوى وتصنيفها :

* تخضع المجموعة {العلبة ; S_1 , S_2} للقوى الخارجية التالية $(G_1,\vec{P_1})$ و $(G_2,\vec{P_2})$.
* القوى الداخلية للمجموعة هي :

- $(K, \vec{F}_{2/1})$ و $(K, \vec{F}_{1/2})$.
- $(J,\vec{F})$ و $(J,\vec{F'})$ القوة التي تطبقها (S_2) على قعر العلبة .
- $(M,\vec{F_1})$ و $(M,\vec{F'_1})$ القوة التي تطبقها الكرة (S_1) على الجدار CD .
- $(N,\vec{F_2})$ و $(N,\vec{F'_2})$ القوة التي تطبقها الكرة (S_2) على الجدار (AB) .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-2

1 - المجموعة المدروسة الجسم A

A- تخضع للقوى التالية:

$(M,\vec{T})$ توتر النابض

$(G,\vec{P})$ وزن الجسم A

2 - مع $P=mg$.

$P = 10 \times 0,5 = 5N$.

حسب توازن الجسم $\vec{P}+\vec{T}=0$

$P=T=5N$.

3- المجموعة المدروسة النابض

$(M,\vec{T}_{R/A})$ تأثير النابض على A

$(M,\vec{T}_{A/R})$ تأثير A على النابض

$mg = T_{A/R} = T_{R/A} = 5N$.

4 - حسب مبدأ التأثيرات البينية أو المتبادلة في O و O' $(O' \equiv M)$

فإن

$T_{A/R} = T_{R/A} = P$.

أي أن النابض يطبق على الكرة نفس القوة التي تطبقها الكرة على النابض

وكذلك بالنسبة للقوة المطبقة من طرف الحامل على النابض

القوى الداخلية تخضع كلها لمبدأ التأثيرات المتبادلة.

$\vec{T}_{O'/R}+\vec{T}_{R/O'}=\vec{0}$ و $\vec{T}_{A/R}+\vec{T}_{R/A}=\vec{0}$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-3

1- جرد القوى المطبقة على الكرة:

تخضع الكرة لقوتين هما:

$(G,\vec{P})$ وزن الكرة: القوة التي تطبقها الأرض على الكرة.

$(A,\vec{T})$ توتر الخيط: القوة التي يطبقها الخيط على الكرة.

2- جرد القوى المطبقة على {الكرة، الخيط}:

*تخضع المجموعة لقوتين خارجيتين هما:

$(G,\vec{P})$: وزن الكرة.

$(M,\vec{F_1})$: القوة التي يطبقها الحامل على الخيط.

*القوة الداخلية في المجموعة هي: $(A,\vec{T})$ و $(A,\vec{T'})$ القوة التي تطبقها الكرة على الخيط.

3- تمثيل القوى:

M A G $\vec{T}$ $\vec{F}$ $\vec{P}$ N S

تمرين-4

1- مميزات القوى المطبقة على الجسم S

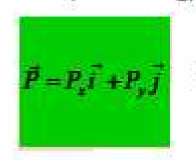
المنظم	المنحى	الاتجاه	المميزات / القوى
R=8N	نفس المنحى للمتجهة $\vec{j}$	عمودي على السطح المائل	تأثير المستوى المائل $\vec{R}$
P=mg P=12N	نحوا لأسفل (مركز الأرض)	عمودي على سطح الأرض	وزن الجسم $\vec{P}$
F=8,5N	في المنحى المعاكس للمتجهة $\vec{i}$	يكون زاوية $\alpha=45°$ مع الخط الأفقي	توتر النابض $\vec{F}$

2- تمثيل القوى بالسلم $1cm \Leftrightarrow 4N$

3- يمكن تمثيل وزن الجسم بمركبتين (أنظر الشكل)

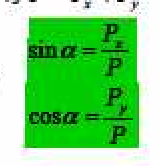
عند إسقاط $\vec{P}$ على (Ox,Oy) نحصل على العلاقة التالية

$\vec{P}=\vec{P_x}+\vec{P_y}$ وبتطبيق العلاقة المثلثية



$$\vec{P}=P_x\vec{i}+P_y\vec{j}$$

و



$$\sin\alpha=\frac{P_x}{P}$$
$$\cos\alpha=\frac{P_y}{P}$$

إذن من هذين العلاقتين نستنتج

$$P_x=P\sin\alpha \qquad P_y=P\cos\alpha$$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-5

1- تمثيل القوى:	* تخضع المجموعة لقوتين يطبقهما الحاملان وهما قوتان خارجيتان لأن الذي يطبقهما إنما هو جسم لا ينتمي للمجموعة على جسم ينتمي إلى المجموعة.
2- جرد القوى - تصنيف القوى: بما أن كتلتي النابضين مهملتان، فهما لا تخضعان لتأثير الأرض.	* القوتان $\vec{F}_{1/2}$ و $\vec{F}_{2/1}$ قوتان داخليتان لأن الذي يطبقهما إنما هو جسم ينتمي إلى المجموعة على جسم آخر ينتمي هو أيضا إلى نفس المجموعة.

تمرين-6

1 - القوى الداخلية والقوى الخارجية المطبقة على الجسم S_1

جرد القوى المطبقة على S_1:

وزن الجسم S_1: $\vec{P}_1$

تأثير السطح المائل: $\vec{R}_1$

تأثير الخيط 1 على S_1: $\vec{f}_{1/S_1}$

تأثير الخيط 2 على S_1: $\vec{f}_{2/S_1}$

كل القوى هي مطبقة من طرف أجسام لا تنتمي إلى المجموعة المدروسة إذن كلها خارجية

2 - القوى المطبقة على الجسم S_2

وزن الجسم S_2: $\vec{P}_2$

تأثير السطح المائل: $\vec{R}_2$

تأثير الخيط 2 على S_2: $\vec{f}_{2/S_2}$

كذلك كل القوى خارجية.

3 - جرد القوى المطبقة على المجموعة (S_1,S_2)

وزن المجموعة $\vec{P}$. تأثير السطح المائل على المجموعة $\vec{R}$

تأثير الخيط 1 على (S_1, S_2): $\vec{f}_{1/S_1}$

تأثير الخيط 2 على S_1 $\vec{f}_{2/S_1}$ و تأثير الخيط 2 على S_2 $\vec{f}_{2/S_2}$

القوى الداخلية هي: $\vec{f}_{2/S_1}$ و $\vec{f}_{2/S_2}$

القوى الداخلية تخضع لمبدأ التأثيرات المتبادلة. $\vec{f}_{2/S_1}+\vec{f}_{2/S_2}=\vec{0}$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-7

1- مميزات $\vec{F}_{1/2}$ و $\vec{F}_{2/1}$:

* مميزات $\vec{F}_{1/2}$:
- نقطة التأثير O
- الاتجاه : الحامل للخيط والخطاف.
- المنحى من O نحو D_1 .
- الشدة : $F_{1/2} = 10N$.

* مميزات $\vec{F}_{2/1}$:
- نقطة التأثير O .
- الاتجاه : الحامل للخيط والخطاف.
- المنحى : من O نحو D_2
- الشدة : $F_{2/1} = 10N$

2- مبدأ التأثيرات المتبادلة :

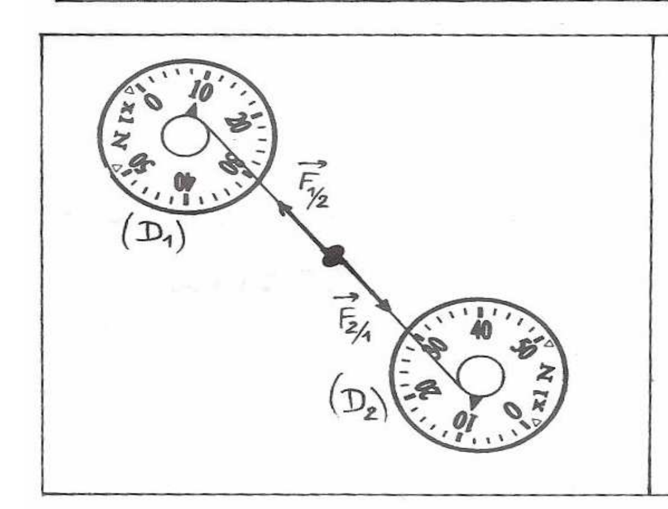
نعم تخضع القوتان $\vec{F}_{1/2}$ و $\vec{F}_{2/1}$ لمبدأ التأثيرات المتبادلة الذي ينص على ما يلي :

« خلال التأثير البيني بين جسمين (A) و (B)، فإن القوة $\vec{F}_{A/B}$ التي يطبقها (A) على (B) و $\vec{F}_{B/A}$ التي يطبقها (B) على (A) لهما نفس الاتجاه ومنحياهما متعاكسان كما أنهما بنفس الشدة ».

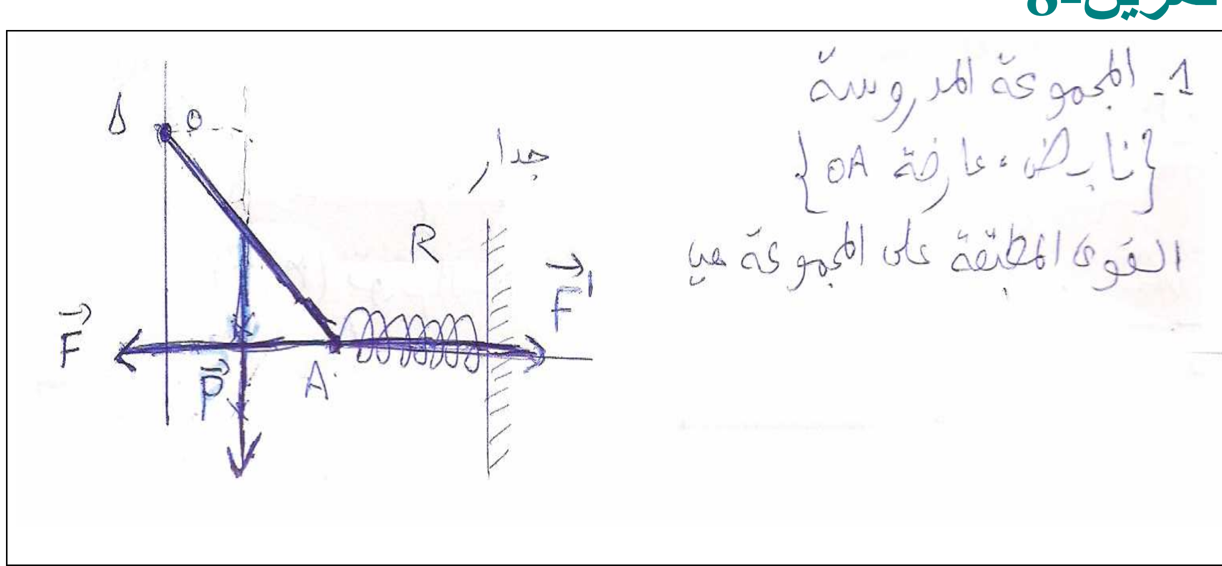
3- طبيعة القوتين :

$\vec{F}_{1/2}$ و $\vec{F}_{2/1}$ قوتا تماس مموضع .

4- تمثيل القوتين :



تمرين-8



- من طرف المحور على العارضة خا قوة خارجية
- ~~من طرف العارضة على المحور~~
- من طرف العارضة على النابض داخلية
- من طرف النابض على العارضة داخلية

- من طرف الجدار على النابض خارجية
- من طرف الارض خارجية
- القوى الداخلية متقايسه

2 - القوة المسلطه من طرف المحور على العارضة قوة تماس ممو ضع
القوة المسلطة من طرف الجدار قوة تماس ممو ضع
القوة المسلطة من طرف الارض قوة عن بعد

3 - انظر الشكل (التمثيل القوى)

$P=m.g \Leftarrow P=0,5\times10=5N$ أي $2,5cm$

$F=6N \Leftarrow$ $3cm$

4 - المجموعة المدروسة العارضة OA

* تأثير المحور $\vec{R}(\Delta)$ * تأثير الوزن $\vec{P}$ * تأثير النابض $\vec{T}$

تمثيل متجهة القوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف النابض على العارضة

انظر الشكل . طول المتجهة هو $F=6N \Leftarrow 3cm$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-9

3 - حساب P(A) :	1- قيمة الضغط عند النقطة B :
تتزايد قيمة الضغط بـ 10^2 Pa، كلما ابتعدنا عن السطح بـ 1cm، وحسب العلاقة التناسبية :	توجد النقطة B على السطح الحر للسائل الفاصل بين الهواء والسائل.
1 cm → 10^2 Pa.	إذن يساوي الضغط عند B الضغط الجوي :
30 cm → X	$P(B) = 10^5$ Pa.
$X = \frac{30.10^2}{1} \Rightarrow X = 3.10^3$ Pa.	2- مقارنة الضغطين P(A) و P(B) :
عند الانتقال من B إلى A	يتزايد الضغط مع تزايد عمق السائل، إذن : $P(B) < P(A)$

لنحسب P عند قعر الإناء الذي يوجد على بعد 50cm من السطح.	إذن : يزداد الضغط بـ : 3.10^3 Pa
نتّبع نفس طريقة حساب P(A).	إذن، فالضغط عند (A) هو :
1 cm → 10^2 Pa	$P(A) = P(B) + 3.10^3$
50 cm → X	$P(A) = 103.10^3 Pa = 1,03.10^5$ Pa.
$X = 5.10^3$ Pa	4- حساب شدة القوة الضاغطة :
ومنه : $P = P(B) + 5.10^3 = 1,05.10^5$ Pa	ترتبط شدة القوة الضاغطة بالضغط عن طريق العلاقة : $P = \frac{F}{S}$ ؛ مع :
وبالتالي : $F = P \times S$	F : شدة القوة الضاغطة.
$F = 1,05.10^5 \times 3\,1,4.10^{-4}$	S : مساحة قعر الإناء. $S = 31,4\ cm^2$
$F = 3,30.10^2$ N.	P : الضغط عند قعر الإناء.

تمرين-10

1 - يحقق الضغط العلاقة التالية داخل سائل على عمق h

$$p - p_0 = \rho g h \Leftrightarrow p = p_0 + \rho g h$$

p_0 الضغط الجوي أي أن p تتعلق بالإرتفاع h نستنتج أن بالنسبة لعمق كبير ومهم سيكون الضغط كبير جدا . لمواجهة هذا الضغط القوي في عمق السد يجب أن يكون سمك القاعدة أكبر حتى يتحمل هذا الضغط عكس الجزء العلوي حيث h صغيرة جدا سيكون الضغط ضعيف جدا كذلك .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

2 – ضغط الماء عند العمق h=60m

$$p = p_0 + \rho g h$$

$p_0 = 10^5 Pa$; $\rho = \frac{10^{3} kg}{10^{-6} m^3} = 10^3 kg/m^3$; g = 10N/kg ; h = 60m

$$p = (10^5 + 10^3 \times 10 \times 60) Pa$$

$$p = 7 \times 10^5 Pa$$

3 – حساب شدة القوة الضاغطة المطبقة على غطاء سكر

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \times S$$

$$S = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow F = p \times \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

تطبيق عددي : F=5,5.10^{2}N

تمرين-11

قيمة الضغط إذا استقرت الإبرة على التدريجة 14

عدد التدريجات التي يحتوي عليها المبناء هو 20 تدريجة ومدرجة من 0 إلى 20bar أي أن كل تدريجة تساوي 0,5bar وأن الصفر منطبق مع 1bar أي 10^5Pa عندما تستقر الإبرة على التدريجة 14 تكون قيمة الضغط هي :

$$P = 1bar + 14 \times 0,5bar$$

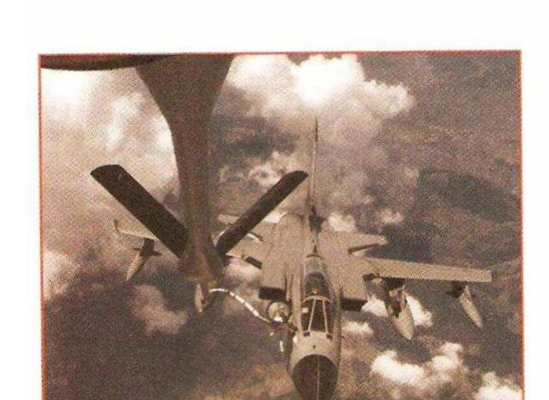
$$P = 8bar = 8.10^5 Pa$$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

الحركة

1- نسبية الحركة : Relativité du mouvement

تبدو الطائرة النقاثة (شكل-1) في حالة سكون بالنسبة للطائرة التي تزودها بالوقود، بينما تبدو متحركة بالنسبة لملاحظ على الأرض. الحركة و السكون مفهومان نسبيان، لا يمكن الحديث عنهما إلا بالنسبة لجسم مرجعي.



شكل- 1

1.1- مَعلم الفضاء : Repère d'espace

لدراسة حركة جسم نختار جسما مرجعيا و نرفق به معلما : مَعْلم الفضاء.

يكون معلم الفضاء متعامدا و ممنظما، بحيث ينتمي أصله 0 إلى الجسم المرجعي، و تكون محاوره $(Ox ;Oy ;Oz)$ متعامدة فيما بينها، و موجهة بالقاعدة $(\vec{i} , \vec{j} , \vec{k})$.

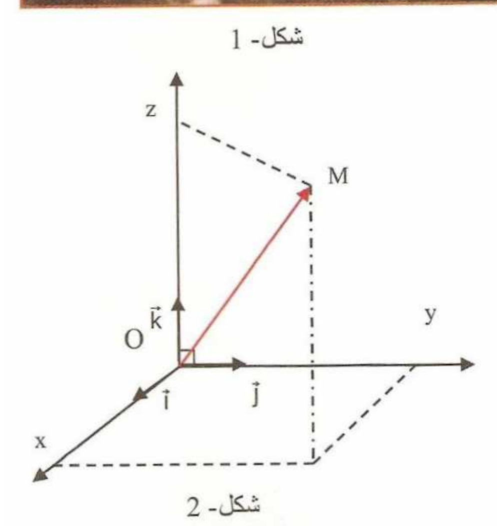
نرمز لمعلم الفضاء بـ : $R(O, \vec{i} ,\vec{j} , \vec{k})$

نتعرف على موضع نقطة M من جسم متحرك في لحظة t في المعلم $R(O, \vec{i} , \vec{j} , \vec{k})$ انطلاقا من متجهة الموضع $\overrightarrow{OM}$:

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

نسمي x,y,z الإحداثيات الديكارتية.(شكل-2)

تتغير الإحداثيات الديكارتية مع الزمن ، ونسمي الدوال الرياضية $x(t),y(t),z(t)$ المعادلات الزمنية للحركة.



شكل- 2

1.2 - مَعلم الزمن Repère de temps

لدراسة حركة جسم بالنسبة لمعلم معين نحتاج إلى مقدار فيزيائي يسمى الزمن t. خلال حركة جسم يتغير الموضع بتغير الزمن.

عندما نأخذ صورة لجسم متحرك في لحظة معينة، فإننا " نثبت" هذا المقدار الفيزيائي.

يتم إدراج الزمن في الفيزياء وفق مفهومين:

- **التاريخ أو اللحظة** : ولتحديدها نختار:
  - أ- **وحدة الزمن**، وهي الثانية (s). كما يمكن استعمال أجزاء أو مضاعفات هذه الوحدة.(انظر الجدول جانبه)
  - ب- **أصل التواريخ**، أي اللحظة t=0
  - ج- **منحى موجبا** (من الماضي نحو المستقبل)
- **المدة الزمنية** : وهي مقدار موجب، و تمثل الفرق بين لحظتين t_1 و t_2 ، حيث $\Delta t = t_2 - t_1$.

لقياس المدد الزمنية نستعمل ميقتا ميكانيكيا أو إلكترونيا.

الوحدة	الرمز	القيمة
ميكرو ثانية	µs	$1\ \mu s=10^{-6}s$
ميليثانية	ms	$1ms=10^{-3}s$
ثانية	s	الوحدة العالمية
دقيقة	min	1min=60s
ساعة	h	1 h= 3600s
يوم	j	1 j =24h
سنة	an	1an =365,25j

moustamani@hotmail.com

2 ـ المسار

يتكون مسار نقطة من جسم متحرك **بالنسبة لمرجع معين** من جميع المواضع المتتالية التي تحتلها هذه النقطة خلال الزمن.

وتمكن أساليب مختلفة من التعرف على مسار نقطة من متحرك، منها: تسجيل المواضع في مدد زمنية متتالية و متساوية، أو تقنية التصوير المتتالي.

يكون مسار نقطة متحركة إما مستقيميا، أو منحنيا.

مثال :

يبرز الشكل أن مسار نقطة من عجلة الدراجة يتعلق بالمرجع ؛ فبالنسبة لمحور العجلة يكون مسار النقطة دائريا، وبالنسبة لشجرة على الطريق يكون مسار النقطة منحنيا.



ينبعث من كل طائرة دخان يجسم مسارها

3– سرعة نقطة من جسم في حركة إزاحة.

يكون جسم في حركة إزاحة إذا لم يتغير اتجاه قطعه ما من هذا الجسم خلال حركته.

والإزاحة تكون إما مستقيمية أو منحنية.

عندما يقطع متحركان المسافة نفسها و وفق المسار نفسيها، لا تكون لهما بالضرورة الحركة نفسها، إذ ينبغي تحديد المدة الزمنية لكلٍّ من الحركتين ندرج مقدارا فيزيائيا يجمع بين المسافة المقطوعة و المدة الزمنية للحركة يسمى السرعة.

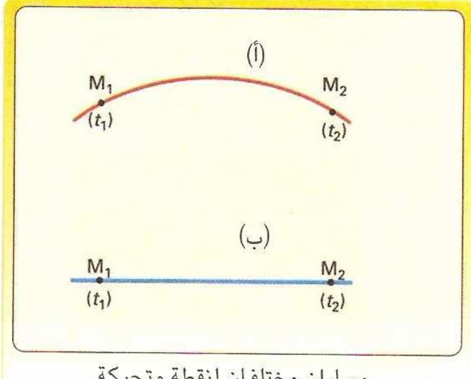
2.1 - السرعة المتوسطة Vitesse moyenne

السرعة المتوسطة V لنقطة من جسم في حركة هي خارج قسمة المسافة المقطوعة d على المدة الزمنية Δt المستغرقة لقطع تلك المسافة :

$$V = \frac{d}{\Delta t}$$

وحدتها في النظام العالمي للوحدات هي: $(m.s^{-1})$.

وتستعمل أيضا الوحدة $(km.h^{-1})$.



مساران مختلفان لنقطة متحركة

ـ في حالة مسار منحني : $V = \frac{\overset{\frown}{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$

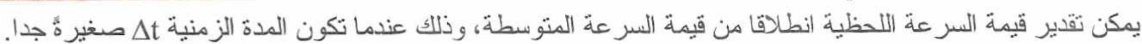
($\overset{\frown}{M_1M_2}$ هو طول القوس M_1M_2)

ـ في حالة مسار مستقيمي : $V = \frac{M_1M_2}{t_2 - t_1} = \frac{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|}{t_2 - t_1}$ (الشكل 10 ـ المنحنى ب)

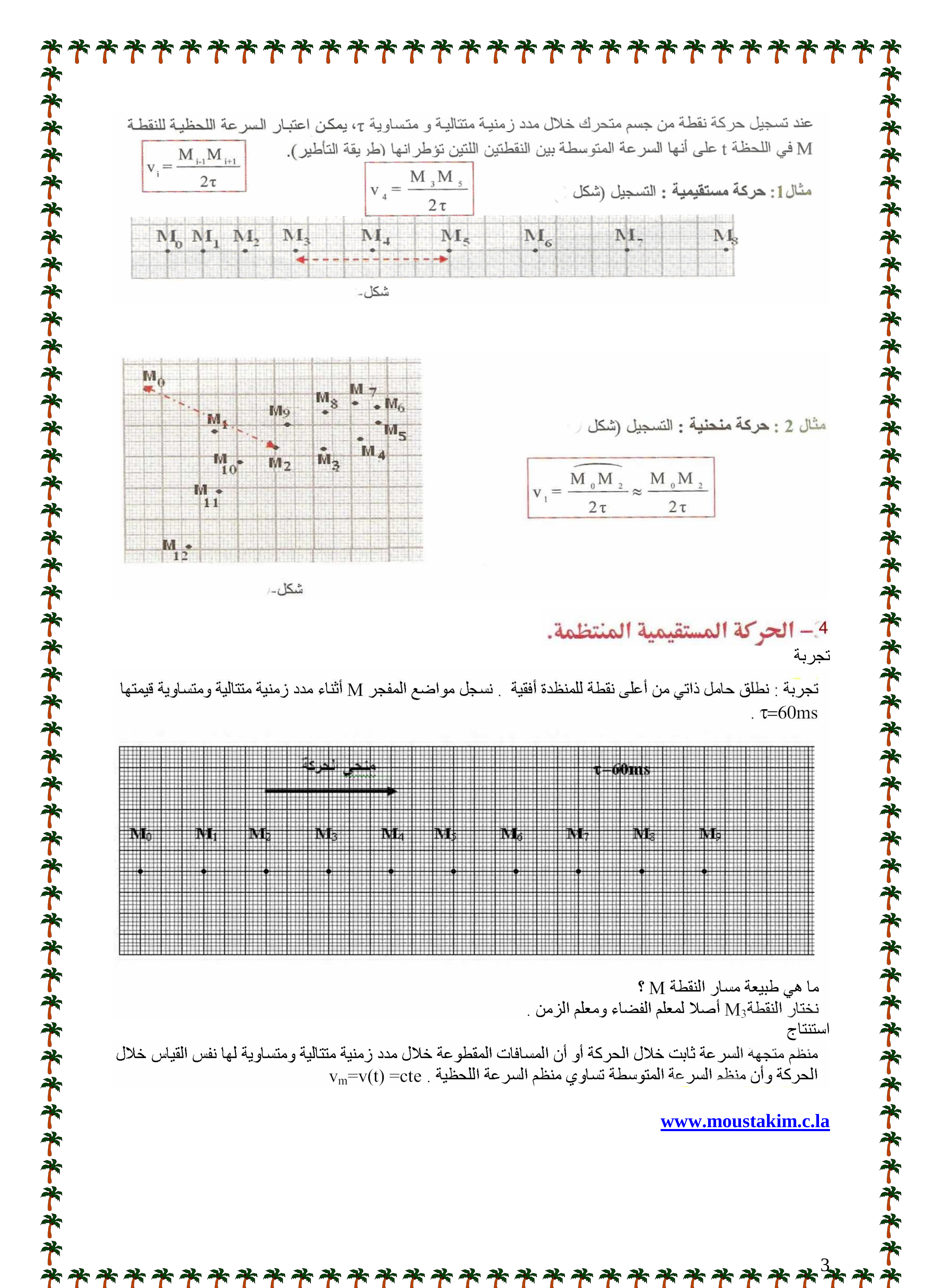
2.2 - السرعة اللحظية Vitesse instantanée



خلال مطاف سيارة يشير عداد السرعة (مسراع) إلى قيم مختلفة من مكان إلى آخر (على الطريق السيار ـ مدخل قرية ـ منعرجات ـ...)، السرعةُ اللحظية للسيارة تمثل سرعة السيارة في لحظة معينة.



يمكن تقدير قيمة السرعة اللحظية انطلاقا من قيمة السرعة المتوسطة، وذلك عندما تكون المدة الزمنية Δt صغيرةً جدا.



عند تسجيل حركة نقطة من جسم متحرك خلال مدد زمنية متتالية و متساوية τ، يمكن اعتبار السرعة اللحظية للنقطة M في اللحظة t على أنها السرعة المتوسطة بين النقطتين اللتين تؤطرانها (طريقة التأطير).

$$v_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$$

مثال 1: حركة مستقيمية : التسجيل (شكل)

$$v_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau}$$

M0 M1 M2 M3 M4 M5 M6 M7 M8

شكل-

مثال 2 : حركة منحنية : التسجيل (شكل)

$$v_1 = \frac{\overset{\frown}{M_0M_2}}{2\tau} \approx \frac{M_0M_2}{2\tau}$$

شكل-

4- الحركة المستقيمية المنتظمة.

تجربة

تجربة : نطلق حامل ذاتي من أعلى نقطة للمنظدة أفقية . نسجل مواضع المفجر M أثناء مدد زمنية متتالية ومتساوية قيمتها $\tau=60ms$.

منحى الحركة

$\tau=60ms$

M0 M1 M2 M3 M4 M5 M6 M7 M8 M9

ما هي طبيعة مسار النقطة M ؟

نختار النقطة M_3 أصلا لمعلم الفضاء ومعلم الزمن .

استنتاج

منظم متجهه السرعة ثابت خلال الحركة أو أن المسافات المقطوعة خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية لها نفس القياس خلال الحركة وأن منظم السرعة المتوسطة تساوي منظم السرعة اللحظية . $v_m=v(t)=cte$

4.1 – تعريف :

$\vec{v} = \vec{cte}$

تكون حركة نقطة M من جسم مستقيمية منتظمة إذا كانت متجهة سرعتها ثابتة.

4.2 - خاصيات الحركة المستقيمية المنتظمة.

$v_i = V_m$

يكون مسار النقطة M مستقيميا، وتكون المسافات المقطوعة من طرف النقطة M، خلال المدد الزمنية نفسها **متساوية**.

تبقى قيمة السرعة، في كل لحظة، **ثابتة**، و توافق قيمتها قيمة السرعة المتوسطة.

لدراسة الحركة المستقيمية المنتظمة، يكون المعلم الأكثرُ ملاءمة هو $R(O,\vec{i})$، حيث يمثل الإحداثي x أفصول النقطة M في اللحظة t.

O, $\vec{i}$, M, $\vec{v}$, x, $v_x = + v$

4.3 - المعادلة الزمنية لحركة مستقيمية منتظمة

تغيرات x (t) توافق دالة تآلفية.

$$x = At + B$$

B توافق قيمة x في اللحظة $t = 0$: $x_0 = B$

في اللحظة $t = t_1$ يكون الأفصول x هو : $x_1 = At_1 + x_0$

في اللحظة $t = t_2$ يكون الأفصول x هو : $x_2 = At_2 + x_0$

O, $\vec{i}$, M, $\vec{v}$, x, $v_x = - v$

$$A = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = V_m$$

و بالتالي نكتب : $x = v_x t + x_0$

حيث v_x هي إحداثي متجهة السرعة في المعلم $R(O,\vec{i})$

$$v_x = \pm v$$

5. الحركة الدائرية المنتظمة

ـ تجربة : نرسل الحامل الذاتي على أساس الحصول على مسار منحني فنحصل على تسجيل مواضع النقطة M للمفجر أثناء مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 60ms$.

منحى الحركة

$\tau = 60ms$

M2 M3 M4 M5 M6 M7

O

$$v_2 = \frac{\overline{M_1M_3}}{2\tau} = \frac{\widehat{M_1M_3}}{t_3 - t_1}$$ وكذلك عند حساب السرعة في الموضع M_6 $$v_6 = \frac{\overline{M_5M_7}}{2\tau} = \frac{\widehat{M_5M_7}}{t_7 - t_5}$$

- اختيار معلم المكان والزمن
- حساب السرعة في الموضعين M_2 و M_6 .
- نستنتج أن متجهة السرعة في الحركة المنحنية تغير اتجاهها رغم أن منظمها يبقى ثابت .

1 ـ تعريف

تكون حركة نقطة من جسم صلب دائرية منتظمة إذا كان المسار دائريا ويبقى منظم متجهة السرعة اللحظية ثابتا خلال الزمن t .

2 ـ السرعة الزاوية

العلاقة بين قوس من مسار دائري والزاوية α

عندما تقطع نقطة M قوسا دائريا طوله ℓ خلال المدة الزمنية Δt فإن متجهة الموضع $\overrightarrow{OM}$ تكسح زاوية α تسمى بزاوية الدوران بحيث أن $\alpha = R.\ell$ R شعاع المسار الدائري

نعرف السرعة الزاوية لنقطة في حركة دائرية منتظمة بالعلاقة التالية $\omega = \frac{\alpha}{\Delta t}$

وحدتها في النظام العالمي للوحدات هي rad/s

العلاقة بين السرعة اللحظية M والسرعة اللحظية هي $V = \frac{\ell}{\Delta t} = R\frac{\alpha}{\Delta t} \Leftrightarrow V = R\omega$

نسمي كذلك V بالسرعة الخطية للنقطة M

3 ـ الدور والتردد

<u>**تعريف الدور**</u> هو المدة الزمنية التي تستغرقها النقطة M لإنجاز دورة كاملة $T = \frac{2\pi}{\omega}$

وحدة الدور في النظام العالمي للوحدات هي الثانية s

<u>**التردد**</u> : هو عدد الدورات التي تنجزها النقطة M خلال ثانية واحدة : $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

وحدة التردد في النظام العالمي للوحدات : الهرتز Hz

*** حركة الدوران حول محور ثابت** : في هذه الحركة تنجز كل نقطة من الجسم حركة دائرية لها شعاع خاص ممركز حول نقطة من المحور . أما نقط المحور فتبقى ثابتة .

تطبيق

المعادلة الزمنية لمتحرك في حركة مستقيمية هي : $x = -2t + 1$ ، حيث x بالمتر و t بالثانية (s) .

1ـ ماهو منحنى حركة المتحرك ؟ استنتج قيمة سرعة المتحرك .

2ـ ماهو أفصول المتحرك عند أصل التواريخ ؟

3ـ عند أية لحظة يمر المتحرك بأصل الأفاصيل ؟

1- منحنى حركة المتحرك :

تعبر المعادلة : $x = -2t + 1$

على أن : $V_x = -2$

إذن بما أن $V_x < 0$، فإن المتحرك يتنقل

في المنحى المعاكس للمنحى الموجب للمحور Ox.

سرعة المتحرك : $V = 2 m/s$

2- أفصول المتحرك عند اللحظة $t=0$

نعوض t بالقيمة 0 في المعادلة الزمنية ،

نجد : $x_0 = 1 m$

3- لحظة مرور المتحرك من أصل الأفاصيل :

عند مروره من أصل الأفاصيل : $x = 0$

إذن : $-2t + 1 = 0$ أي : $t = 0,5 s$

مر المتحرك من أصل الأفاصيل عند اللحظة : $t = 0,5 s$

www.moustakim.c.la

سلسلة -1- تمارين حول الحركة(الازاحة)

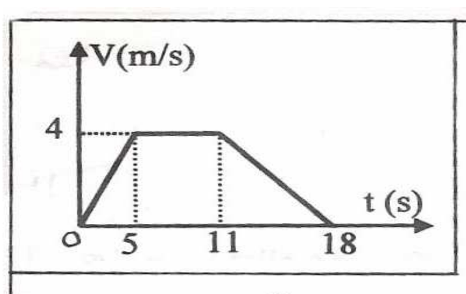
تمرين-1

1) حول إلى km/h السرعات التالية:
$10m/s$ ، $240m/mn$ ، $685cm/s$.
2) عبر عن السرعات التالية ب : m/s:
$7,2km/h$ ، $18m/mn$ ، $90km/h$.

تمرين-2

من خلال المعطيات التالية بالنسبة لمتجهة السرعة $\vec{V}$:
– الاتجاه أفقي
– المنظم $V=10m/s$
– السلم : $1cm \leftrightarrow 5m/s$
هل يمكن تمثيل متجهة السرعة $\vec{V}$ ؟

تمرين-3

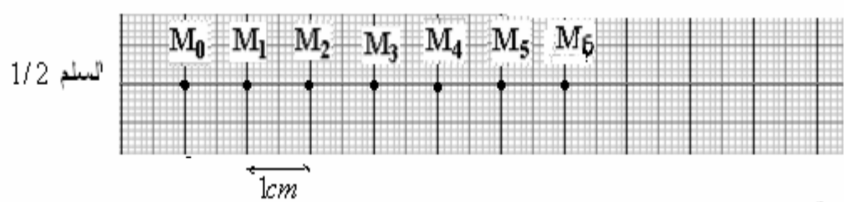


يوضح المبيان التالي المراحل المتوالية للمسير المستقيمي لحافلة.
1- حدد قيمة سرعة الحافلة عند اللحظة $t=0$.
2 - عيّن المجال الزمني الذي تكون فيه حركة الحافلة مستقيمية منتظمة. ماهي قيمة سرعتها خلال هذه المرحلة ؟
3- عند أية لحظة تتوقف الحافلة عن الحركة ؟
4 - صف بإيجاز حركة الحافلة منذ انطلاقها حتى لحظة توقفها.

تمرين-4

نرسل خيالا فوق نضد هوائي أفقي. نسجل حركة نقطة M من الخيال أثناء مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 40ms$ فنحصل على التسجيل التالي بالسلم $1/2$.

السلم $1/2$



1) حدد طبيعة الحركة.
2) احسب السرعة اللحظية v_i في المواضع التالية : M_1 ، M_3 و : M_5.
3) مثل بسلم مناسب $\vec{v}_1$ ، $\vec{v}_3$ و $\vec{v}_5$.
4) نعتبر M_2 أصل محور الافاصيل $(O,\vec{i})$ ولحظة تسجيل M_o أصل معلم الزمن. أوجد المعادلة الزمنية لحركة M.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-5

يمثل المبيان أسفله تسجيل حركة نقطة من حامل ذاتي فوق منضدة أفقية.

$\tau = 20ms$

M_0 M_1 M_2 M_3 M_4 M_5

1- أحسب السرعة اللحظية للحركة عند المواضع M_1 و M_2 و M_3 و M_4. استنتج طبيعة الحركة.

2- أعط مميزات متجهة السرعة عند الموضع M_3 ثم مثلها بالسلم: $1cm \rightarrow 0,5m.s^{-1}$

3.1- إملأ الجدول التالي بما يناسب (مبقات الحركة).

M_4	M_3	M_2	M_1	M_0	الموضع
					الأفصول X(cm)
				0	اللحظة t(s)
					السرعة V(m/s)

3.2- أكتب المعادلة الزمنية للحركة.

4- أكتب المعادلة الزمنية للحركة متخذا M_2 أصلا للتواريخ و M_0 أصلا للأفاصيل.

تمرين-6

المعادلة الزمنية لمتحرك في حركة مستقيمية هي: $x = -2t + 1$ ، حيث x بالمتر و t بالثانية (s).

1- ماهو منحى حركة المتحرك؟ استنتج قيمة سرعة المتحرك.

2- ماهو أفصول المتحرك عند أصل التواريخ؟

3- عند أية لحظة يمر المتحرك بأصل الأفاصيل؟

تمرين-7

تتنقل شاحنتان على طريق مستقيمي في منحيين متعاكسين بالسرعتين $\vec{v_1}$ و $\vec{v_2}$: بالنسبة للطريق.

عند اللحظة $t = 0$ توجد الشاحنة رقم 1 في النقطة A والشاحنة رقم 2 في النقطة B، لتكن d المسافة الفاصلة بين A و B. انظر الشكل أسفله.

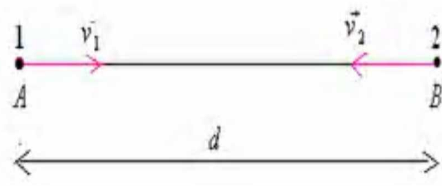
نعطي: منظم المتجهة $\vec{v_1}$: $60km/h$

منظم المتجهة $\vec{v_2}$: $80km/h$

$d = 28km$

1- أوجد قيمة اللحظة t_c التي عندها تلتقي الشاحنتان.

2- احسب المسافة المقطوعة من طرف كل شاحنة في لحظة الالتقاء.



تمرين-8

سيارة A طولها $\ell = 5m$ تتحرك بسرعة V_A=90km/h وراء شاحنة C طولها L=10m تتحرك بسرعة V_C=72km/h تحتفظ كل من السيارة و الشاحنة بنفس السرعة . عند لحظة معينة تتجاوز السيارة الشاحنة . نعتبر أن عملية التجاوز تبدأ عندما توجد مقدمة السيارة على مسافة d_1=20m من مؤخرة الشاحنة وتنتهي عندما توجد مؤخرة السيارة على المسافة d_2=30m من مقدمة الشاحنة .

1 ـ احسب Δt المدة الزمنية التي تستغرقها عملية التجاوز .

2 ـ احسب المسافة المقطوعة من طرف السيارة خلال عملية التجاوز .

تمرين-9

نعتبر متسابقين (A) و(B) في حركة مستقيمية منتظمة في نفس المنحنى على جزء مستقيمي لحلبة سباق حيث : $V_A = 20\, km.h^{-1}$ و $V_B = 25\, km.h^{-1}$. عند اللحظة t=0 يوجد المتسابق (A) عند O أصل معلم الفضاء، بينما يتواجد (B) على بعد 50m وراء المتسابق A .

B A $\vec{i}$ O 50m

1ـ عبّر عن سرعتي المتسابقين (A) و (B) بـ $m.s^{-1}$

2ـ أكتب المعادلة الزمنية لحركة كلٍّ من (A) و (B) .

3ـ حدّد تاريخ وموضع التحاق المتسابق (B) بالمتسابق (A) .

تمرين-10

تتحرك سيارتان A و B على طريق مستقيمية .المعادلة الزمنية لحركة كل سيارة هي : $x_A = 130t$ ، $x_B = 90t + 40$

حيث x بالكيلومتر و t بالساعة.

1) حدد أفصول نقطة تجاوز إحدى السيارتين للأخرى.

2) مثل على نفس المعلم الدالتين $x_A = f(t)$ و $x_B = f(t)$ ثم استنتج مبيانيا أفصول نقطة تجاوز سيارة للأخرى.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تصحيح السلسلة-1-الحركة

تمرين-1-

1

$$10m/s = \frac{10m}{1s} = \frac{10.10^{-3}km}{\frac{1}{3600}h} = 10^{-2}.(3600)m/s = 36km/h$$

$$240m/mn = \frac{240m}{1mn} = \frac{240m}{\frac{1}{60}h} = \frac{0,240km}{60h} == 14,4km/h$$

$$685cm/s = \frac{685cm}{1s} = \frac{6,85m}{1s} = \frac{6,85.10^{-3}km}{\frac{1}{3600}h} == 24,66km/h$$

2

$$7,2km/h = \frac{7,2km}{1h} = \frac{7,2.10^{3}m}{3600s} = 2m/s$$

$$18m/mn = \frac{18m}{1mn} = \frac{18m}{60s} = 0,3m/s$$

$$90km/h = \frac{90km}{1h} = \frac{90.10^{3}m}{3600s} = 25m/s$$

تمرين-2-

لا يمكن تمثيلها لاننا لا نعرف منحاها ولا نقطة تاثيرها

تمرين-3-

1- سرعة الحافلة:

عند اللحظة $t=0$، تكون سرعة الحافلة منعدمة $V=0$ لأن المنحنى عند هذه اللحظة يمر من أصل المعلم.

2- مجال الحركة المنتظمة:

تكون الحركة منتظمة، إذا كانت قيمة السرعة ثابتة، إذن حركة الحافلة منتظمة في المجال $[5mn, 11mn]$ وقيمة سرعتها $V = 4 m/s$

3- لحظة توقف الحافلة:

تتوقف الحافلة عندما تنعدم سرعتها من جديد مبيانيا تنعدم السرعة عند اللحظة $18mn$.

4- وصف حركة الحافلة:

* تنطلق الحافلة عند اللحظة $t=0$ بسرعة بدئية منعدمة ثم تتزايد سرعتها تدريجيا حتى اللحظة $5mn$.

في هذه المرحلة $[0 ; 5mn]$ حركة الحافلة مستقيمية متسارعة.

* تبقى سرعة الحافلة ثابتة خلال المجال $[5mn ; 11mn]$، أي أن حركتها خلال هذه المرحلة مستقيمية منتظمة.

* ابتداء من اللحظة $11mn$ تتناقص تدريجيا سرعة الحافلة إلى أن تنعدم (تتوقف الحافلة) عند اللحظة $18mn$. خلال هذه المرحلة الأخيرة حركة الحافلة مستقيمية متباطئة.

تمرين-4-

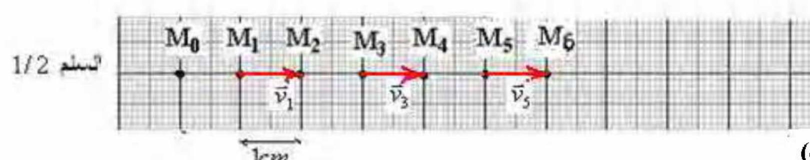
1) الحركة مستقيمية منتظمة لأن المسار مستقيمي والمتحرك يقطع نفس المسافات خلال نفس المدد الزمنية .

2)
$$v_1 = \frac{M_oM_2}{t_2 - t_o} = \frac{M_oM_2}{2\tau} = \frac{2cm \times 2}{2 \times 40ms} = \frac{4 \times 10^{-2}\, m}{80 \times 10^{-3}\, s} = 0{,}5m/s$$
$$v_3 = \frac{M_2M_4}{t_4 - t_2} = \frac{M_2M_4}{2\tau} = \frac{2cm \times 2}{2 \times 40ms} = \frac{4 \times 10^{-2}\, m}{80 \times 10^{-3}\, s} = 0{,}5m/s$$
$$v_5 = \frac{M_4M_6}{t_6 - t_4} = \frac{M_4M_6}{2\tau} = \frac{2cm \times 2}{2 \times 40ms} = \frac{4 \times 10^{-2}\, m}{80 \times 10^{-3}\, s} = 0{,}5m/s$$

السرعة ثابتة $v = 0{,}5m/s$

3)

باستعمال السلم $0{,}25m/s \rightarrow 1cm$



4)
المعادلة الزمنية للحركة : $x = v.t + x_o$

x_o : أفصول المتحرك عند اللحظة $t = 0$.

بما أن :

M_2 أصل محور الافاصيل $(O,\vec{i})$ ولحظة تسجيل M_o أصل معلم الزمن .أوجد المعادلة الزمنية لحركة M.

الموضع M_i	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4
اللحظة	0	τ	2τ	3τ	4τ
الأفصول	$-4cm$	$-2cm$	0	$2cm$	$4cm$

ومنه يتضح أن x_o : أفصول المتحرك عند اللحظة $t = 0$ ، $x_o = -4cm = -0{,}04m$.

ولدينا: $v = 0{,}5m/s$ إذن :

المعادلة الزمنية للحركة : $x = 0{,}5.t - 0{,}04$

تمرين-5-

1- حساب السرعة اللحظية :

V_1 : السرعة عند الموضع M_1 : $V_1 = \frac{M_oM_2}{2\tau}$

$V_1 = \frac{4.10^{-2}}{40.10^{-3}} = 1\,m/s$.

V_2 : السرعة عند الموضع M_2 : $V_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau}$

$V_2 = \frac{4.10^{-2}}{40.10^{-3}} = 1\,m.s^{-1}$

بنفس الطريقة نحسب V_3 و V_4 السرعتين عند الموضعين M_3 و M_4.

$V_3 = \frac{M_3M_4}{2\tau} \Rightarrow V_3 = \frac{4.10^{-2}}{40.10^{-3}} = 1m.s^{-1}$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

$V_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau} \Rightarrow V_4 = \frac{4.10^{-2}}{40.10^{-3}} = 1 m/s$.

نلاحظ أن السرعة ثابتة والمسار مستقيم

إذن، فالحركة مستقيمية منتظمة.

2 ـ تمثيل متجهة السرعة اللحظية :

لمتجهة السرعة عند الموضع M_3 المميزات التالية :

* الأصل : M_3

* الاتجاه : منطبق على المحور Ox.

* المنحى : منحى الحركة (من اليسار نحو اليمين).

* المنظم : $V_3 = 1 m/s$.

حسب السلم : $1cm \rightarrow 0,5 m/s$، نمثل متجهة السرعة $\vec{V_3}$ بسهم طوله $2 cm$.

3.1 ـ مميزات الحركة :

الموضع	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4
الأفصول X(cm)	0	2	4	6	8
اللحظة t(ms)	0	20	40	60	80
السرعة V(m/s)	1	1	1	1	1

3.2 ـ المعادلة الزمنية :

تكتب المعادلة الزمنية لحركة مستقيمية منتظمة : $x = V_x.t + x_0$

مع : $V_x = 1 m/s$.

و x_0 أفصول المتحرك عند اللحظة $t=0$

من الجدول، نستنتج $x_0 = 0 \Leftarrow x = 1.t$

4 ـ المعادلة الزمنية في الشروط البدئية الجديدة :

لا تتغير قيمة سرعة المتحرك $V = 1 m/s$

عند اتحاد M_2 مع أصل التواريخ فإن x_0 هي قيمة الأفصول x عند الموضع M_2 (حيث $t=0$)

$x_0 = 4 cm$ أي $x_0 = 4.10^{-2} m$

إذن المعادلة الزمنية : $x = 1.t + 4.10^{-2}$

تمرين -6-

1 ـ منحى حركة المتحرك :

تعبر المعادلة : $x = -2t + 1$

على أن : $V_x = -2$

إذن بما أن $V_x < 0$، فإن المتحرك ينتقل في المنحى المعاكس للمنحى الموجب لمحور Ox.

سرعة المتحرك : $V = 2 m/s$

2 ـ أفصول المتحرك عند اللحظة $t=0$:

نعوض t بالقيمة 0 في المعادلة الزمنية،

نجد : $x_0 = 1 m$

3 ـ لحظة مرور المتحرك من أصل الأفاصيل :

عند مروره من أصل الأفاصيل : $x = 0$

إذن : $-2t + 1 = 0$ أي : $t = 0,5 s$

يمر المتحرك من أصل الأفاصيل عند اللحظة : $t = 0,5 s$.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-7-

1- نعتبر معلما $(O,\vec{i})$ أصله O منطبق مع النقطة A والمتجهة الواحدية $\vec{i}$ موجهة من A نحو B.

نعلم أنه إذا كان للمتجهة $\vec{v}$ نفس منحى $\overrightarrow{ox}$ تكون إحداثية $\vec{v}$ على المحور (O,x) موجبة.

وإذا كان للمتجهة $\vec{v}$ عكس منحى $\overrightarrow{ox}$ تكون إحداثية $\vec{v}$ على المحور (O,x) سالبة.

ومنه نستنتج المعادلة الزمنية للشاحنة A : $x_1 = 60t$

والمعادلة الزمنية للشاحنة B : $x_2 = -80t + 28$

عندما تلتقي الشحنان في اللحظة t_c يكون لهما نفس الأفصول على المحور (O,x). $\Leftarrow$ $x_1 = x_2$

أي : $60t_c = -80t_c + 28 \Leftarrow 60t_c + 80t_c = 28$

$\Leftarrow 140t_c = 28$

$t_c = \dfrac{28}{140} = 0,2h = 12mn$.

2- المسافة المقطوعة من طرف الشاحنة رقم 1 خلال المدة $t_c = 0,2h$: $d_1 = 60t_c = 60\times(0,2) = 12km$

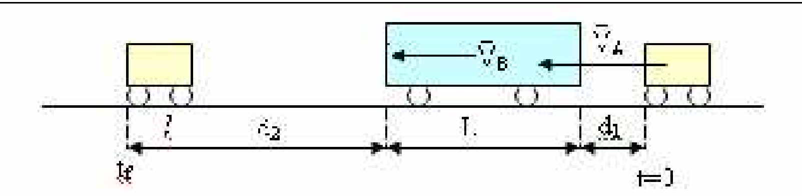
3- المسافة المقطوعة من طرف الشاحنة رقم 2 خلال المدة $t_c = 0,2h$:

بما أنه عند اللحظة t_c تلتقي الشاحنة 1 والشحنة رقم2. وفي اللحظة $t=0$ الشاحنة 2 توجد في المسافة d من الشاحنة 1

عند اللحظة t_c : $d = d_1 + d_2$

$d_2 = d - d_1 = 28 - 12 = 16km$

تمرين-8-



السيارة والحافلة في حركة مستقيمية منتظمة نختار كمرجع لدراسة الحركة مرتبط بالحافلة ونحسب سرعة السيارة بالنسبة للمرجع المرتبط بالحافلة $V_{A/C} = V_{A/R} + V_{R/C}$ بحيث أن R سطح الأرض كمرجع ثابت

$V_{A/C} = 25 - 20 = 5m/s$

قبل بداية التجاوز ستستغرق السيارة مدة زمنية $\Delta t_1 = \dfrac{20}{5} = 4s$

بعد بداية التجاوز وقبل نهاية التجاوز ستقطع السيارة المسافة L خلال مدة زمنية $\Delta t_2 = \dfrac{10}{5} = 2s$

عند نهاية التجاوز ستقطع السيارة المسافة d_2+l خلال مدة زمنية $\Delta t_3 = \dfrac{30+5}{5} = 7s$

المدة الزمنية المستغرقة خلال عملية التجاوز هي : $\Delta t = 13s$

2 ـ المسافة المقطوعة من طرف السيارة خلال عملية التجاوز هي $d = V_A.\Delta t$ أي أن $d = 325m$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-9-

1- سرعتا المتسابقين بـ m/s :

$V_A = 20 km/h \rightarrow V_A = \frac{20}{3,6} m/s$. أي $V_A = 5,56 m/s$.

$V_B = \frac{25}{3,6} = 6,94 m/s$.

2- المعادلة الزمنية :

بما أن للمتسابقين حركة مستقيمة منتظمة، فإن معادلتيهما الزمنيتين تكتبان : $x = V.t + x_0$

* المتسابق A : $V_A = 5,56 m.s^{-1}$ و $x_{0_A} = 0m$

$x_A = 5,56 t$.

* المتسابق B : $x_{0_B} = -50,0 m$ ، $V_B = 6,94 m/s$

لأن B يتواجد على بعد 50m خلف A عند اللحظة t=0 :

$x_B = 6,94t - 50$

3- تاريخ وموضع التقاء المتسابقين:

عند التحاق المتسابق B بالمتسابق A، يكون لهما نفس الأفصول أي: $x_A = x_B$ وعليه: $5,56t = 6,94t - 50,0$

إذن: $50,0 = 6,94t - 5,56t$

$50,0 = 1,38t$

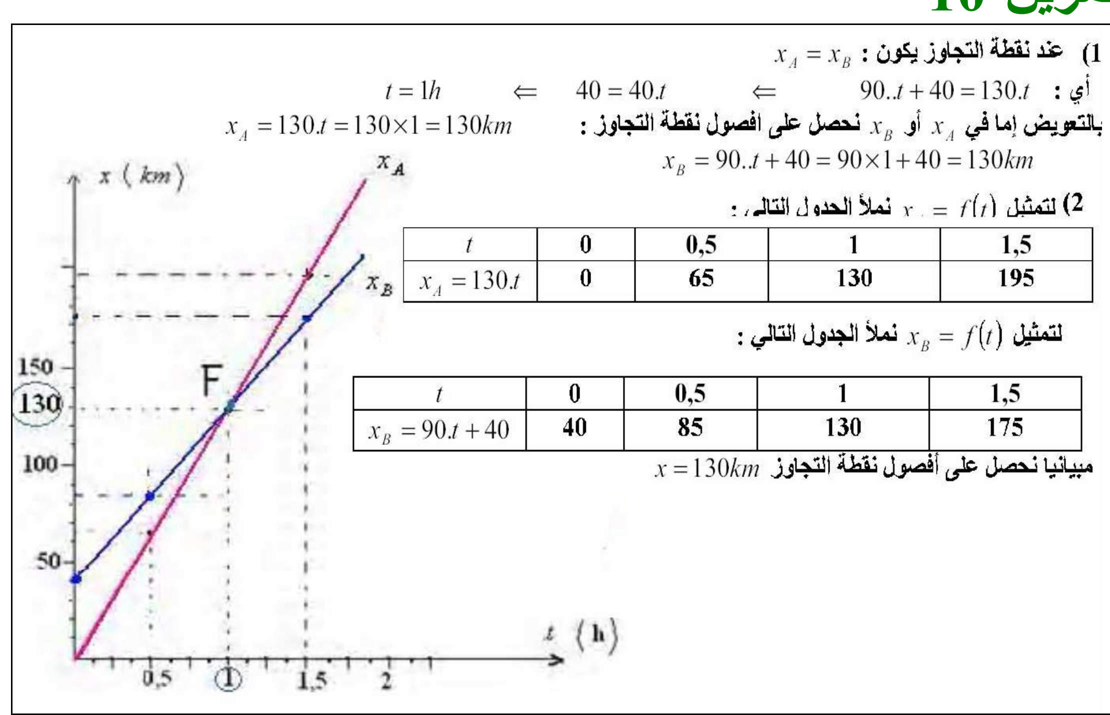
ومنه: $t = \frac{50,0}{1,38} \Rightarrow t = 36,2 s$

عند هذه اللحظة، يكون الأفصول x هو:

$x_A = x_B = 5,56 \times 36,2$

$x = x_A = x_B = 201 m$.

تمرين-10



1) عند نقطة التجاوز يكون : $x_A = x_B$

أي : $90.t + 40 = 130.t \Leftarrow 40 = 40.t \Leftarrow t = 1h$

بالتعويض إما في x_A أو x_B نحصل على أفصول نقطة التجاوز : $x_A = 130.t = 130 \times 1 = 130km$

$x_B = 90.t + 40 = 90 \times 1 + 40 = 130km$

2) لتمثيل $x_A = f(t)$ نملأ الجدول التالي :

t	0	0,5	1	1,5
$x_A = 130.t$	0	65	130	195

لتمثيل $x_B = f(t)$ نملأ الجدول التالي :

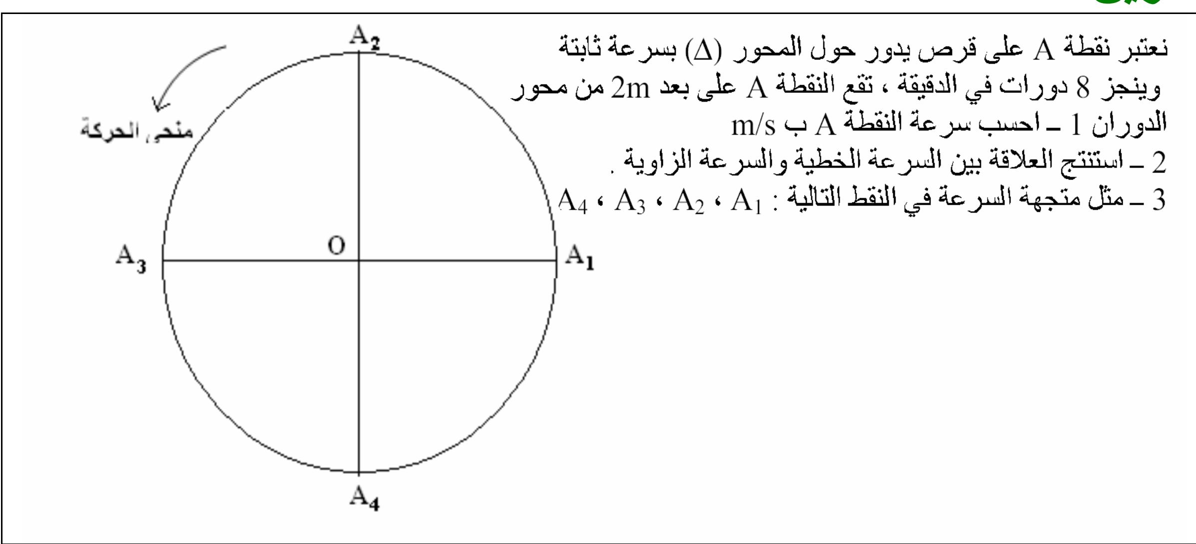
t	0	0,5	1	1,5
$x_B = 90.t + 40$	40	85	130	175

مبيانيا نحصل على أفصول نقطة التجاوز $x = 130km$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

سلسلة -2- تمارين حول الحركة(الدوران)

تمرين-1



نعتبر نقطة A على قرص يدور حول المحور (Δ) بسرعة ثابتة وينجز 8 دورات في الدقيقة ، تقع النقطة A على بعد 2m من محور الدوران 1 ـ احسب سرعة النقطة A ب m/s

2 ـ استنتج العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية .

3 ـ مثل متجهة السرعة في النقط التالية : A_1 ، A_2 ، A_3 ، A_4

تمرين-2

يمثل الشكل جانبه بالسلم الحقيقي تسجيل مواضع مفجر M لحامل ذاتي يتحرك على منضدة أفقية حيث $\tau = 20\ ms$.

1- بيّن أن الحركة دائرية . أحسب شعاع المسار

2- أحسب سرعة المفجّر M عند النقطة M_1 و M_4 و M_5 و M_6 . ماذا تستنتج ؟

3- مثّل متجهة سرعة المفجر M عند النقطتين M_1 و M_4 . السلم : $1cm \rightarrow 0,25\ m/s$

هل متجهة السرعة ثابتة خلال هذه الحركة ؟ علل جوابك .

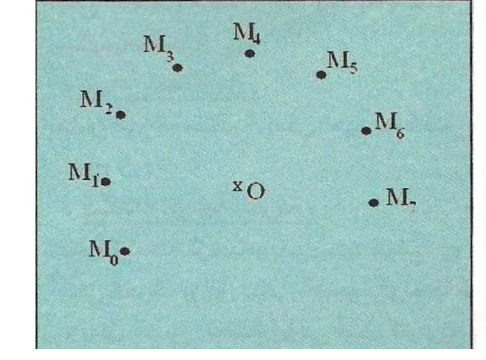
4- أحسب دور الحركة أي المدة اللازمة لإنجاز دورة كاملة .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-3

متسابقان A و B في حركة دائرية في نفس المنحى على مسار دائري شعاعه r. عند اللحظة $t = 0$ ينطلقان من النقطتين A و B يوجدان في موضعين متقابلين (أنظر الشكل) سرعتهما الزاوية ثابتة بحيث أن $\omega_A = 1,25 tr/min$ و $\omega_B = 1 tr/min$.
ما هي اللحظات التي يمكن أن يتجاوز فيها المتسابق A المتسابق B. ؟ واستنتج عدد الدورات الممكنة التي سيقطعها المتسابق A قبل أن يتجاوز المتسابق B.

تمرين-4



يمثل الشكل تسجيل مواضع نقطة M (المفجر المركزي لحامل ذاتي) على منضدة أفقية.
المدة الزمنية τ التي تفصل تسجيل نقطتين متتاليتين هي : $\tau = 40ms$.

1. بيّن أن حركة النقطة M حركة دائرية منتظمة.
2. مثل متجهة السرعة في النقطة M_4.
   السلم $(1\ cm \rightarrow 0,1 m.s^{-1})$
3. عيّن الزاوية المكسوحة $\Delta\theta$ خلال المدة الزمنية τ.

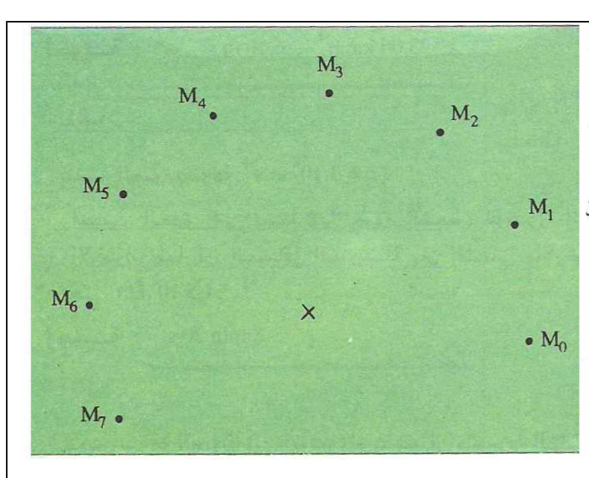
تمرين-5

يدور قمر اصطناعي حول الارض على مسار دائري شعاعه $r = 6900km$ ومركزه يطابق مركز الارض ويوجد في مستوى خط الاستواء. نعتبر الأرض ثابتة ولها تماثل كروي شعاعها $R = 6400km$ وشدة مجال الثقالة على سطح الأرض $g_0 = 10N/kg$.
السرعة اللحظية التي يدور بها القمر الاصطناعي حول الأرض ثابتة وتساوي $V = 7,70.10^3 m/s$

1 ـ ما هو الجسم المرجعي الذي يمكن اختياره لدراسة حركة القمر الاصطناعي
2 ـ ما هي طبيعة حركة القمر الاصطناعي حول الأرض في الجسم المرجعي الذي اخترته ؟ علل الجواب
3 ـ أحسب السرعة الزاوية لحركة القمر الاصطناعي حول الأرض. واستنتج دور الحركة واحسب قيمتها

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-6



يمثل الشكل أسفله بالسلم الحقيقي، تسجيل مواضع مفجر M لحامل ذاتي يتحرك فوق منضدة أفقية :

المدة التي تفصل بين تسجيل نقطتين متتاليتين هي $\tau = 20\ ms$.

1- بين أن الحركة منتظمة، وعين سرعة M.

2- مثل متجهة سرعة المفجر M عند النقط M_1 و M_3 و M_5. نأخذ السلم : $1\ cm \leftrightarrow 0,25\ m.s^{-1}$.

هل متجهة السرعة ثابتة خلال هذه الحركة ؟ علل جوابك.

3- احسب المدة اللازمة لانجاز دورة كاملة.

تمرين-7

في المرجع المركزي الأرضي ، تنجز الأرض دورة كاملة حول المحور الذي يمر من قطبيها خلال 23h56min ونعطي شعاع الأرض R=6380km. أحسب في هذا المرجع :

1 ـ السرعة الزاوية للأرض ب rad/s .

2 ـ تردد حركتها حول المحور الذي يمر من قطبيها .

3 ـ السرعة اللحظية V لنقطة توجد على سطح الأرض في المواضع التالية :

أ ـ على خط الاستواء

ب ـ على خط عرض $\lambda = 60°$

تمرين-8

ينجز عقرب ساعة مضبوطة، طوله 4 cm ، دورة في كل دقيقة.

1- حدد طبيعة حركة الرأس A للعقرب، واحسب سرعته.

2- ارسم العقرب بالمقدار الحقيقي ومثل متجهة السرعة بالسلم : $1\ cm \leftrightarrow 2,1.10^{-3}\ m.s^{-1}$

أ) عندما يشير إلى الثالثة،

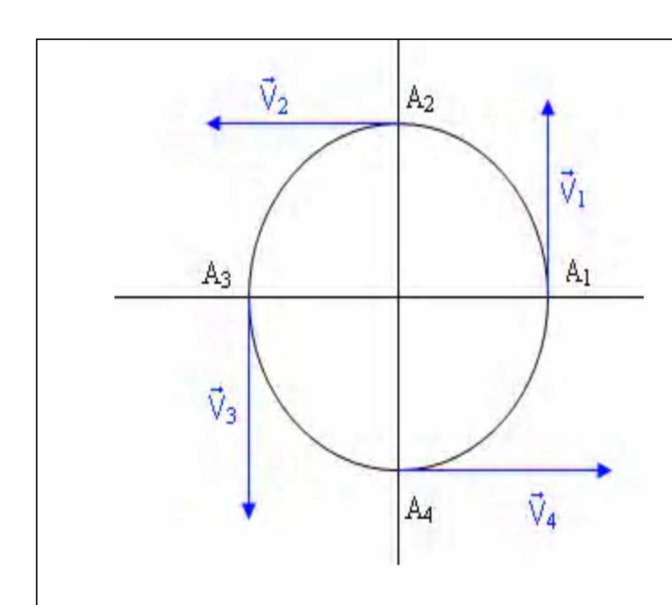
ب) عندما يشير إلى السادسة.

3- هل متجهة السرعة قابلة للتغيير خلال هذه الحركة ؟

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

حلول السلسلة-2- الحركة

تمرين-1-



1 ـ حساب سرعة النقطة A ب m/s

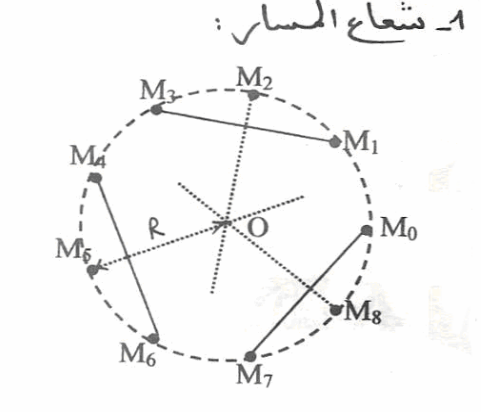
نعلم أن محيط الدائرة هو P=2πR . طول المسار الذي سيقطعه النقطة في 8 دورات هو $\ell = 16\pi R$ خلال دقيقة أي 60 ثانية

$$V = \frac{\ell}{\Delta t} \qquad V = \frac{16\pi R}{60} = 1{,}6\, m/s$$

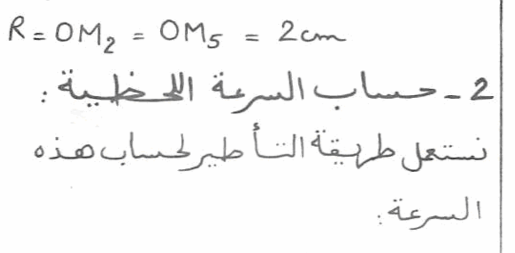
ونعلم أن العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعه الخطية V هي $V = R\omega$

تمرين-2-

1ـ شعاع المسار:



نلاحظ أن جميع الخطوط المتعامدة مع كل وتر واصل بين نقطتين من الخط، تتقاطع في نقطة مركزية إذن، فالمسار دائري مركزه O وشعاعه R.



$R = OM_2 = OM_5 = 2cm$

2ـ حساب السرعة الخطية:

نستعمل طريقة التأطير لحساب هذه السرعة:

$V_1 = \frac{M_0M_2}{2\tau} \Rightarrow V_1 = \frac{2{,}5.10^{-2}}{100.10^{-3}} = 0{,}25\, m/s$

$V_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau} \Rightarrow V_4 = \frac{2{,}5.10^{-2}}{100.10^{-3}} = 0{,}25\, m.s^{-1}$

$V_5 = \frac{M_4M_6}{2\tau} \Rightarrow V_5 = \frac{2{,}5.10^{-2}}{100.10^{-3}} = 0{,}25\, m/s$

$V_6 = \frac{M_5M_7}{2\tau} \Rightarrow V_6 = \frac{2{,}5.10^{-2}}{100.10^{-3}} = 0{,}25\, m/s$

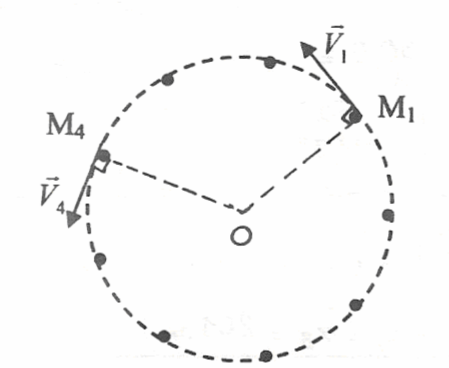
نلاحظ أن السرعة ثابتة، إذن، فالحركة دائرية منتظمة سرعتها $V = 0{,}25\, m/s$.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

3- تمثيل متجهة السرعة :

* حسب السلم : $1cm \rightarrow 0{,}25 m/s$ ، نمثل السرعة $\vec{V}$ بسهم طوله $1cm$.

* تكون متجهة السرعة في تماس مع المسار عند النقط المراد تمثيل السرعة فيها



نلاحظ أن متجهة السرعة يتغير اتجاهها ومنحاها، إذن فهي غير ثابتة

4- حساب دور الحركة :

T هي المدة الزمنية اللازمة لإنجاز دورة واحدة .

نعلم أن : $T = \frac{2\pi R}{V}$

إذن : $T = \frac{2\pi \times 2{,}0 . 10^{-2}}{0{,}25}$

$T = 0{,}50 s$.

تمرين-3-

نقوم بدراسة الحركة في جسم مرجعي مرتبط بالأرض .

بما أن مسار المتسابقين دائري وسرعتهما الزاوية ثابتة : طبيعة حركتهما دائرية منتظمة .

أي أن $\omega_A = \frac{\Delta\theta_A}{\Delta t}$ و كذلك $\omega_B = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta t}$

$\Delta\theta_A = \theta_A - \theta_{0A} = \omega_A (t - t_0)$ نأخذ كأصل معلم الفضاء النقطة A

وكذلك أصل معلم الزمن $t_0 = 0$ وبالتالي تصبح المعادلة الزمنية لحركة المتسابق A هي : $\theta_A = \omega_A t$

بالنسبة للمتسابق B لدينا : $\Delta\theta_B = \theta_B - \theta_{0B} = \omega_B (t - t_0)$ وباختيار معلم الفضاء ومعلم الزمن السابق لدينا :

$\omega_{0B} = \pi$ و $t_0 = 0$ أي أن المعادلة الزمنية لحركة المتسابق B هي : $\theta_B = \omega_B t + \pi$

اللحظات التي يمكن أن يتجاوز فيها المتسابق A المتسابق B :

المتسابق A متأخر بنصف دورة على المتسابق A

إذن سيتجاوز B في أول مرة عندما تدرك هذا التأخر أي $\theta_A = \theta_B$.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

وبعد ذلك ستكون متقدمة بدورة على B . أي $\theta_A = \theta_B + 2k\pi$

وبناء ا على الشروط السابقة لدينا : $t = \frac{(2k+1)\pi}{\omega_A - \omega_B}$

تطبيق عددي : $\omega_B = \frac{2\pi}{60} rad/s$ / $\omega_A = \frac{1,25 \times 2\pi}{60} = \frac{2,50\pi}{60} rad/s$

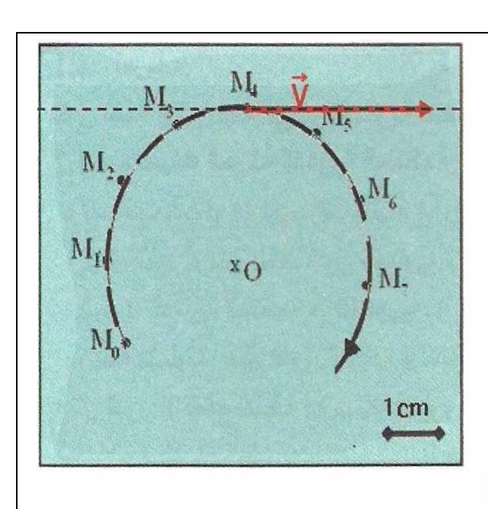
أي أن $\omega_A - \omega_B = \frac{\pi}{120} rad/s$ أي أن $t = \frac{(2k+1)\pi}{\frac{\pi}{120}} = (2k+1)120s$

* عند الدورة الأول k=0 ، المتسابق A سيتجاوز المتسابق B عند اللحظة $t_0 = 120s$
* عند الدورة الثانية k=1 ، المتسابق A سيتجاوز المتسابق B عند اللحظة $t_1 = 360s$

عدد الدورات الممكنة التي سيقطعها المتسابق A قبل أن يتجاوز المتسابق B هي
نعوض $t_0 = 120s$ في المعادلة الزمنية للمتسابق A بحيث نحصل على $\Delta\theta$ أي الأفصول الزاوي الذي سينجزه المتسابق A عندما سيلتحق ب المتسابق B

$\Delta\theta = 2\pi n = \omega_A t_0 \Rightarrow n = \frac{\omega_A t_0}{2\pi}$ تطبيق عددي : $n = 2,5$

تمرين-4-



1. المسافات OM_i ثابتة بالنسبة لكل النقط ، حركة النقطة M إذن دائرية، شعاعها : $R = OM_i \approx 2,6cm$.
المسافة بين نقطتين متتاليتين على التسجيل تبقى تقريبا ثابتة ، حركة النقطة M إذن منتظمة : $M_iM_{i+1} \approx 1,4cm$.
حركة النقطة M حركة دائرية منتظمة.

2. نرسم مماسا للمسار في النقطة M_4، (شكل – 13) ثم نُمثل عليه المتجهة $\vec{V}$ باعتماد السلّم المشار إليه أعلاه، بعد حساب قيمة السرعة.

$$v = \frac{1,4.10^{-2}}{40.10^{-3}} = 0,35 m.s^{-1}$$

3. الزاوية المكسوحة خلال المدة الزمنية τ هي :

$\Delta\theta \approx 31° = 0,53\ rad$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-5-

1 ـ الجسم المرجعي الذي يمكن اختياره لدراسة حركة القمر الاصطناعي هو المعلم المركزي الأرضي أصله مركز الأرض .

2 ـ بما أن القمر الاصطناعي له سرعة ثابتة $V=7,70.10^3 m/s$ والمسار دائري اذن فحركته حركة دائرية منتظمة .

3 ـ السرعة الزاوية لحركة القمر الاصطناعي $W=\frac{V}{r}$ أي أن $W=11,16.10^{-4} rad/s$

نستنتج الدور T وهي المدة الزمنية التي سينجز فيها القمر الاصطناعي دورة كاملة $T=\frac{2\pi}{W}$

تطبيق عددي $T=5630s=1h33min47s$

تمرين-6-

2- $\vec{v}$ {
- اتجاه مماس للمسار
- منحى الحركة
- $v = 0,875\ m.s^{-1}$
}

$\vec{v}$ غير ثابتة لأن الاتجاه يتغير .

3- $t \approx 0,24\ s$

تمرين-7-

السؤالان 1 و2 انظر التمرين 5 السؤال3

السؤال-3

ا- $V=Rw$

ب- $V=Rwcosy$

تمرين-8-

ا- حركة دائرية منتظمة .

$v_A = \frac{2\pi R}{60} \approx 0,0042\ m.s^{-1} = 4,2.10^{-3}\ m.s^{-1}$

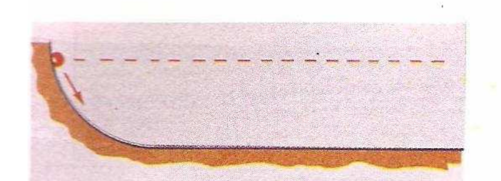
3- $\vec{v}_A$ قابلة للتغيير لان اتجاهها يتغير .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

الإبراز التجريبي لمركز قصور جسم صلب - مبدأ القصور

لقد ساد الاعتقاد، خلال عشرين قرنا، أن القوة ضرورية للحفاظ على حركة مستقيمية منتظمة، إلى أن جاء غاليلي (1564 - 1642) الذي أدرك أن هذا الاعتقاد خاطئ وبيّن أن حركة جسم صلب فوق مستوى أفقي أملس (شكل 1) ليست في حاجة إلى قوة لتبقى مستقيمية منتظمة.

تهدف هذه الفقرة إلى إعطاء مجموعة من المبادئ والعلاقات بين القوى وحركة الأجسام الصلبة.



شكل -1-

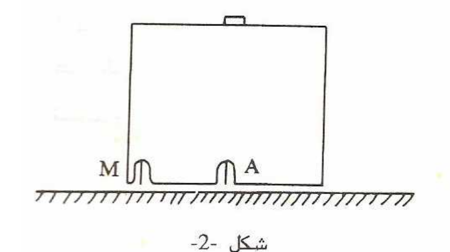
أين ستقف الكرية ؟

وضع غاليلي الفرضية التالية : في غياب الاحتكاك، تستمر الكرية في حركتها فوق المستوى الأفقي بنفس السرعة إلى مالا نهاية.

1- إبراز مركز قصور جسم صلب.

Mise en évidence du centre d'inertie d'un solide

نستعمل حاملا ذاتيا يتوفر على مفجرين أحدهما مثبت في نقطة A من محور تماثله والثاني مثبت في نقطة M من جانب سطحه السفلي (شكل 2).



شكل -2-

1.1- تجربة 1

نرسل الحامل الذاتي فوق منضدة أفقية بحيث ينزلق دون دوران، ونسجل بواسطة المفجرين حركة كل من النقطتين A و M، فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل 3.

M_1 M_2 M_3 M_4 ... M_{13} M_{14}

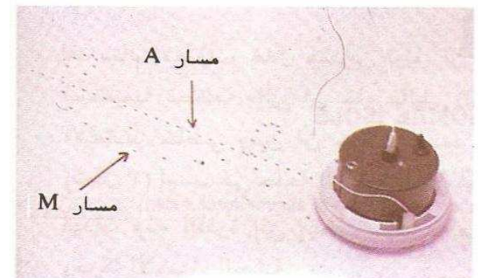
A_1 A_2 A_3 A_4 ... A_{13} A_{14}

شكل -3-

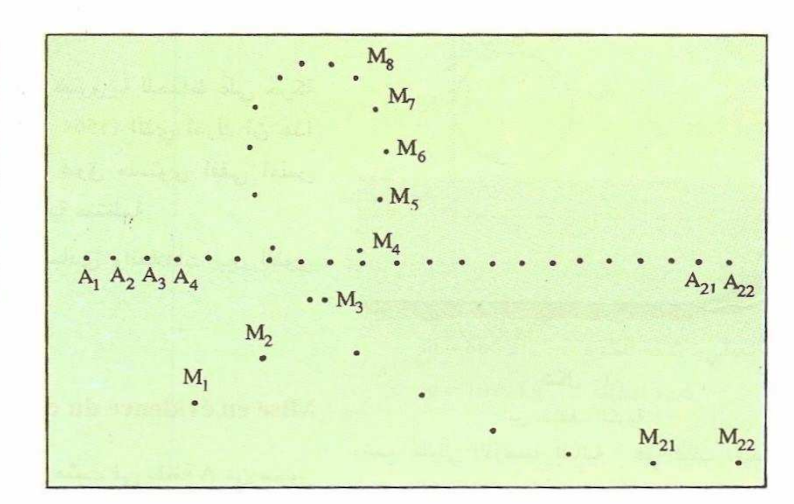
يلاحظ أن المسافات التي تقطعها كل من النقطتين A و M خلال مدد زمنية متساوية ومتتالية متساوية وأن مساري النقطتين A و M مستقيميان، أي أن حركة كل من النقطتين A و M حركة مستقيمية منتظمة بالنسبة لمعلم مرتبط بالأرض.

1.2- تجربـة 2

نرسل الحامل الذاتي فوق منضدة أفقية بطريقة ما، (شكل 4) ، ونسجل حركة كل من النقطتين A و M فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل 5.



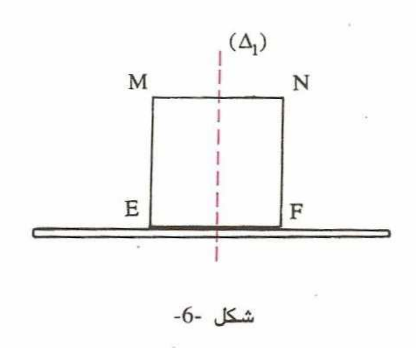
شكل -4-



شكل -5-

يلاحظ أن حركة النقطة M قد تغيرت حيث صارت منحنية بينما بقيت حركة النقطة A، بالنسبة للمنضدة، حركة مستقيمية منتظمة في التجربتين. وينطبق هذا على جميع النقط التي تنتمي الى المحور الرأسي المار من النقطة A.

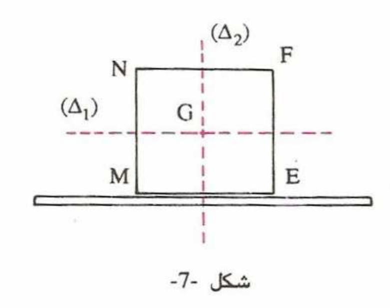
نستنتج أن حركة نقط محور تماثل الحامل الذاتي المار من النقطة A تتميز عن باقي نقط الحامل الذاتي بكونها حركة مستقيمية منتظمة.



شكل -6-

لكن إذا تصورنا حاملا ذاتيا بإمكانه التحرك على مختلف الأوجه فوق منضدة أفقية ؛ فإنه عندما يتحرك على الوجه EF (شكل 6) تكون حركة نقط محور تماثله الرأسي (Δ_1) مستقيمية منتظمة.

وعندما يتحرك على الوجه ME (شكل 7) تكون حركة نقط محور تماثله الرأسي (Δ_2) مستقيمية منتظمة.



شكل -7-

إلا أن نقطة تقاطع المحورين (Δ_1) و (Δ_2) هي النقطة الوحيدة التي تكون حركتها مستقيمية منتظمة في كل الحالات، سواء تحرك الحامل الذاتي على الوجه EF أو على الوجه ME أو على وجه آخر.

أي أن هذه النقطة هي الوحيدة التي تتميز عن باقي نقط الحامل الذاتي بكون حركتها مستقيمية منتظمة، كيفما كان الوجه الذي يتحرك عليه الحامل الذاتي فوق المنضدة الأفقية وكيفما كانت طريقة إرساله.

نسمي هذه النقطة **مركز قصور** الحامل الذاتي ونرمز له بالحرف G.

وهناك عدة تجارب أخرى تمكن من تأكيد هذه النتيجة مما يقودنا إلى

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

التعميم التالي :

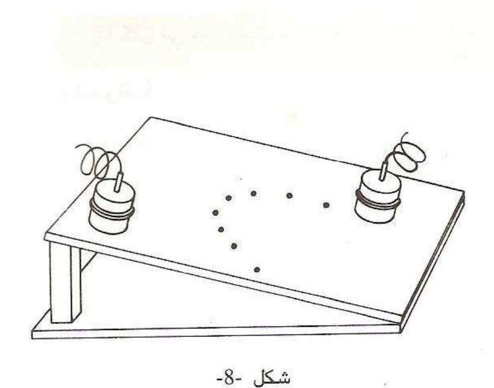
لكل جسم صلب نقطة واحدة خاصة تسمى مركز القصور.

2- مبدأ القصور Principe d'inertie

هل حركة مركز قصور جسم صلب تكون دائما مستقيمية منتظمة ؟

للإجابة على هذا التساؤل ننجز التجربة التالية :

نميل المنضدة بالنسبة للمستوى الأفقي ونرسل فوقها الحامل الذاتي (S) ونسجل حركة مركز قصوره G. فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل 8.

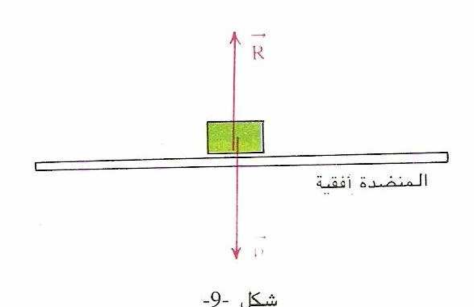


شكل -8-

يلاحظ من خلال هذا التسجيل أن حركة G ليست مستقيمية منتظمة. فماذا حدث عند إمالة المنضدة ؟

سواء أكانت المنضدة أفقية أم مائلة، فإن الحامل الذاتي يخضع في كلتا الحالتين لتأثيرين ميكانيكيين :

- تأثير الأرض على (S) الممثل بالوزن $\vec{P}$.
- تأثير الهواء على السطح السفلي لـ (S) الممثل بالقوة $\vec{R}$.



شكل -9-

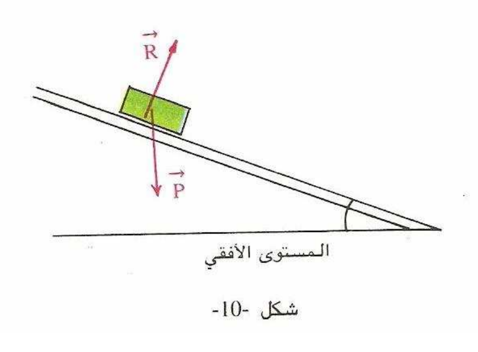
عندما تكون المنضدة أفقية (شكل 9) تتوازن القوتان $\vec{P}$ و $\vec{R}$ فيما بينهما، بحيث يكون الحامل الذاتي وكأنه لايخضع لأي تأثير ميكانيكي خارجي.

نقول إن الرمية **شبه معزولة** .

تعريف

يكون جسم صلب شبه معزول إذا كانت القوى المطبقة عليه متوازنة فيما بينها.

أما عندما تكون المنضدة مائلة بالنسبة للمستوى الأفقي (شكل 10) فإن الرمية تخضع كذلك للقوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ ، إلا أن هاتين القوتين لا تتوازنان فيما بينهما، مما يجعل الحامل الذاتي غير حر في حركته، أي غير معزول.



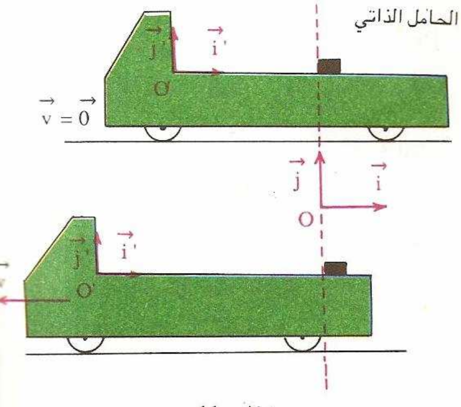
شكل -10-

نستنتج أن حركة مركز قصور الحامل الذاتي تكون مستقيمية منتظمة عندما يكون الحامل الذاتي شبه معزول.

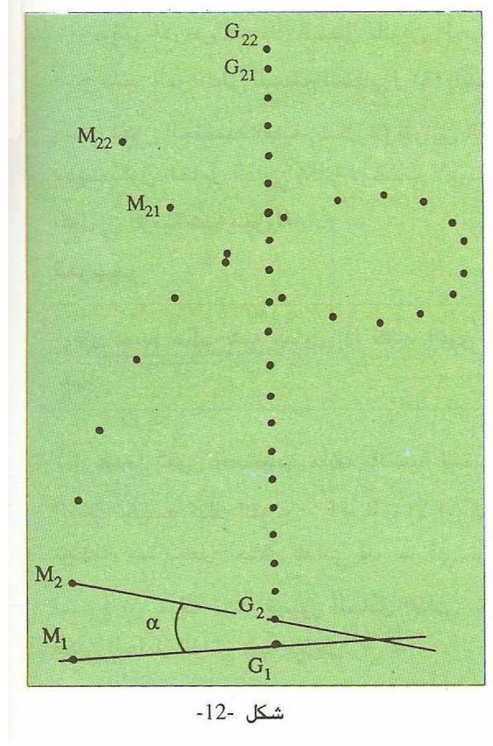
وقد تصور نيوتن Newton (1642 - 1727) حالة حدية يكون فيها الجسم الصلب **معزولا ميكانيكيا**، أي لايخضع لأي تأثير ميكانيكي، وذلك قصد صياغة المبدإ التالي الذي يعمم جميع الملاحظات السابقة.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

لماذا كلمة قصور ؟
القصور هو مقاومة التغيير.
يكون هناك قصور عندما يقاوم متحرك تزايد أو تناقص سرعته أو تغييراتهما.



شكل -11-



شكل -12-

مبدأ القصور

عندما يكون جسم صلب معزولا ميكانيكيا (أو شبه معزول) في معلم مرتبط بالأرض فإن متجهة سرعة مركز قصوره G تكون ثابتة : $\vec{v}_G=\vec{cte}$

أي أن الجسم الصلب يكون في إحدى الحالتين :

– إذا كان في حالة سكون فإنه يبقى ساكنا، $v_G=0$.

– إذا كان في حركة فإن حركة مركز قصوره G تكون مستقيمية منتظمة.

ملحوظة :

إذا وضعنا حاملا ذاتيا فوق مسطحة ملساء أفقية لشاحنة ساكنة بالنسبة للأرض، فإننا نلاحظ عندما تتحرك الشاحنة أن الحامل الذاتي يبقى ساكنا بالنسبة للمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المرتبط بالأرض، لكنه في نفس الوقت يوجد في حركة بالنسبة للمعلم $(O',\vec{i}',\vec{j}')$ المرتبط بالشاحنة، (شكل 11).

أي أن مبدأ القصور لايتحقق بالنسبة للمعلم $(O',\vec{i}',\vec{j}')$ المرتبط بجسم مرجعي ذي سرعة متغيرة، لكنه يتحقق بالنسبة للمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المرتبط بالأرض.

وبصفة عامة، لايتحقق مبدأ القصور إلا بالنسبة لبعض المعالم المسماة **بالمعالم الغاليلية** ويمكن في أغلب الحالات العملية، اعتبار المعالم المرتبطة بالأرض معالم غاليلية.

3- الحركة الإجمالية والحركة الخاصة

عندما نرسل الحامل الذاتي فوق منضدة أفقية بطريقة ما، نحصل على التسجيل الممثل في الشكل 12 : نلاحظ أن الحامل الذاتي ينزلق فوق المنضدة وفي نفس الوقت يدور حول نفسه.

نقول إن الحركة الإجمالية للحامل الذاتي هي حركة مستقيمية منتظمة توافق حركة مركز القصور G.

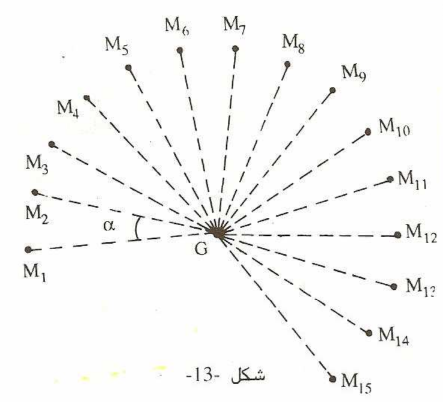
أما حركة النقط الأخرى بالنسبة لمركز القصور G فإنها توافق الحركة الخاصة للحامل الذاتي حول نفسه.

ولمعرفة طبيعة هذه الحركة الخاصة، نرسم انطلاقا من النقطة G المتجهات $\overrightarrow{G_1M_1}$ و $\overrightarrow{G_2M_2}$ و $\overrightarrow{G_3M_3}$ ... التي تعطي المواضع المتتالية للنقطة M بالنسبة لمركز القصور G فنحصل على الشكل 13.

نلاحظ أن مسار النقطة M دائري مركزه النقطة G وأن الزوايا التي تكونها متجهتان متتاليتان $\overrightarrow{G_iM_i}$ و $\overrightarrow{G_{i+1}M_{i+1}}$ متساوية، أي أن حركة النقطة M **حركة دائرية منتظمة** حول النقطة G .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

ويمكن أن نعمم هذه النتيجة بالنسبة لجميع نقط الجسم الصلب، فكل منها يدور حول النقطة G بحركة دائرية منتظمة.



شكل -13-

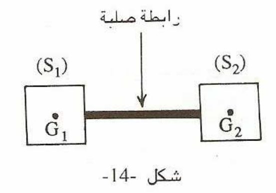
> تكون الحركة الخاصة لجسم صلب معزول (أو شبه معزول) حركة دوران منتظم حول مركز قصوره G.

4- مركز الكتلة لمجموعة مادية (خاص بالعلوم الرياضية)

Centre de masse d'un système matériel

1.4- تجربة 1

حاملان ذاتيان (S_1) و (S_2) كتلتاهما بالتتابع m_1 و m_2 $\left(\frac{m_2}{m_1}=2\right)$ مرتبطان برابطة متينة ذات كتلة مهملة، يكونان جسما صلبا (S) غير قابل للتشويه كما يبين الشكل 14.



شكل -14-

فهل يمكن انطلاقا من معرفة موضعي G_1 و G_2 مركزي قصور (S_1) و (S_2)، تحديد G مركز قصور المجموعة الصلبة (S) ؟

نرسل الجسم الصلب (S) فوق منضدة أفقية ونسجل حركة النقطتين G_1 و G_2 فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل 15.

بما أن المجموعة (S) شبه معزولة خلال الحركة فإن مسار مركز قصورها G خط مستقيمي (Δ).

فكيف نموضع (Δ) ؟

لنعتبر الحركة الخاصة للمجموعة (S)، فجميع نقط (S) تدور حول G، وخاصة النقطة G_1 فإنها تدور حول G بحيث تبقى المسافة $d_1 = GG_1$ ثابتة، أي أن G_1 لايمكنها أن تبتعد عن (Δ) بمسافة أكبر من d_1 وبالتالي فإن المسار المنحني للنقطة G_1 يوجد داخل شريط ممركز حول المحور (Δ) عرضه $2\,d_1 = 2\,GG_1$.

ونفس الشيء بالنسبة لمسار G_2، فهو يوجد داخل شريط ممركز حول (Δ) وعرضه $2\,d_2 = 2\,GG_2$.

في حالة : $\frac{m_2}{m_1}=2$ ، نجد أن : $\frac{2\,d_1}{2\,d_2}=2$

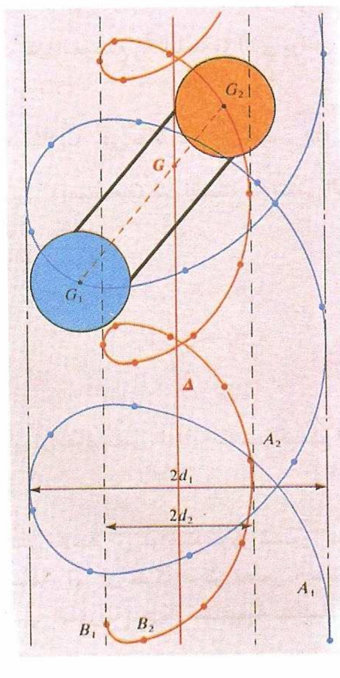
وتؤكد تجارب أخرى النتيجة التالية :

$$\frac{m_2}{m_1}=\frac{2\,d_1}{2\,d_2}=\frac{GG_1}{GG_2}$$

أي أن :

$$m_1 GG_1 = m_2 GG_2 \qquad (1)$$

وبما أن G تنتمي الى القطعة $[G_1G_2]$ فإن العلاقة (1) تكتب على الشكل المتجهي :



شكل -15-

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

$$m_1\overrightarrow{GG_1} = -m_2\overrightarrow{GG_2}$$

أو
$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$$

يمكن إعطاء صيغة أخرى لهذه العلاقة باعتبار نقطة O من الفضاء تسمى نقطة الأصل حيث : $\overrightarrow{GG_1} = \overrightarrow{OG_1} - \overrightarrow{OG}$ و $\overrightarrow{GG_2} = \overrightarrow{OG_2} - \overrightarrow{OG}$

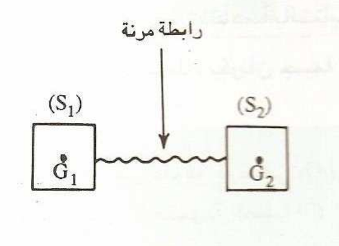
وبالتالي :
$$m_1(\overrightarrow{OG_1} - \overrightarrow{OG}) = -m_2(\overrightarrow{OG_2} - \overrightarrow{OG})$$

ومنه نجد :
$$(m_1 + m_2).\overrightarrow{OG} = m_1\overrightarrow{OG_1} + m_2\overrightarrow{OG_2}$$

تسمى النقطة G **مرجح النقطتين المتزنتين** (G_1, m_1) و (G_2, m_2).

وتسمى كذلك **مركز الكتلة للمجموعة** (S).

4.2- تجربة 2



شكل -16-

équidistants	:	متساوية المسافة
alignés	:	مستقيمية
centre de masse	:	مركز الكتلة
système	:	مجموعة

حاملان ذاتيان (S_1) و (S_2) مرتبطان برابطة مرنة (شكل 16) كتلتها مهملة، يكونان مجموعة (S) قابلة للتشويه.

يمثل الشكل 17 مساري النقطتين G_1 و G_2 مركزي قصور (S_1) و (S_2) فوق منضدة أفقية.

للبحث عن مسار النقطة G مركز قصور المجموعة $\{S_1, S_2\}$، نقبل أن العلاقة $m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ ، تتحقق كذلك في حالة مجموعة قابلة للتشويه.

نبحث عن الموضع C_i للنقطة G الذي يوافق كل موضع A_i و B_i للمركزين G_1 و G_2.

لنحدد مثلا C_4 ؛ في حالة $\frac{m_2}{m_1} = 2$ نجد : $A_4B_4 \approx 3,8\ cm$

وبما أن C_4 (موضع G عند اللحظة t_4) تنتمي الى القطعة $[A_4B_4]$ فإن :
$$\frac{C_4A_4}{C_4B_4} = \frac{m_2}{m_1} = 2$$

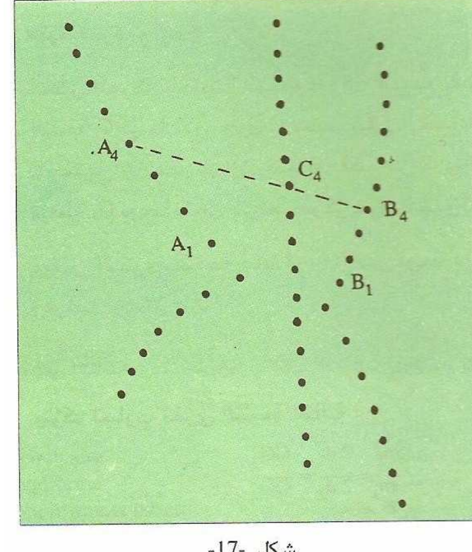
وبما أن :
$$A_4B_4 = A_4C_4 + C_4B_4$$

فإن :
$$A_4B_4 = 3\,C_4B_4$$

أي أن :
$$C_4B_4 = \frac{A_4B_4}{3} \approx 1,25\ cm$$

ويمكن أن نقوم بنفس العملية بالنسبة لجميع النقط C_i.

فنجد :
$$C_iB_i = \frac{A_iB_i}{3}$$



شكل -17-

وبالتالي نلاحظ أن مواضع مركز قصور المجموعة (S) مستقيمية ومتساوية المسافة، أي أن حركة مركز قصور المجموعة القابلة للتشويه المعزولة (أو شبه المعزولة) حركة مستقيمية منتظمة، وهذا مطابق لمبدإ القصور.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

خلاصة :

ينطبق مركز الكتلة لمجموعة أجسام صلبة مع مركز قصورها وهو في نفس الوقت مرجح مراكز الكتلة لكل من الأجسام المكونة لهذه المجموعة.

وتحدده العلاقة العامة التالية : $\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right).\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n} m_i.\overrightarrow{OG_i}$

وتسمى هذه العلاقة العلاقة المرجحية.

مكعب
كرة
متوازي المستطيلات
أسطوانة
حلقة
قرص

شكل -18-

4.3- موضع مركز قصور بعض الأجسام المتجانسة (شكل 18)

الجسم المتجانس هو الذي تكون للمادة التي يتكون منها نفس الخواص في كل نقطة من نقطه، فإذا كان له :

- مركز تماثل O فإن مركز قصوره ينطبق مع المركز O.
- محور تماثل (Δ) ، فإن مركز قصوره ينتمي الى المحور (Δ).

ملحوظة :

ينطبق مركز كتلة جسم صلب مع مركز ثقله.

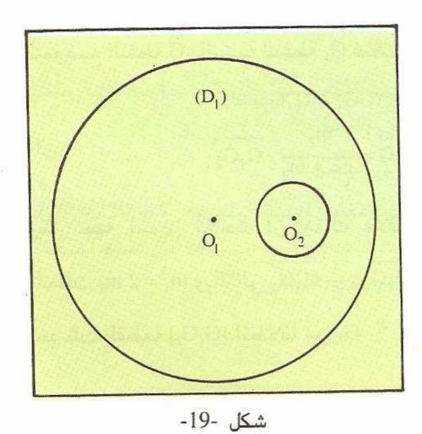
4.4- تطبيقات (خاص بالعلوم الرياضية)

تطبيق 1

قرص (D_1) متجانس سمكه صغير وقطره d_1 ومركزه O_1. يوجد به ثقب دائري قطره d_2 ومركزه O_2 كما يوضح الشكل 19.

أوجد موضع مركز قصور القرص.

نعطي $d_1 = 20\ cm$ و $d_2 = 4\ cm$ و $O_1O_2 = 5\ cm$.



شكل -19-

حـل

نلاحظ أن المستقيم المار من النقطتين O_1 وO_2 ينطبق مع محور تماثل القرص (D_1)، أي أن مركز القصور G_1 للقرص (D_1) ينتمي الى هذا المستقيم.

نضيف، وهميا، إلى القرص (D_1) ذي الكتلة M قرصا قطره d_2 وكتلته m ومركز قصوره G_2 منطبق مع النقطة O_2، لنحصل على قرص مليء كتلته M+m ومركز قصوره G_3 منطبق مع النقطة O_1، (شكل 20).

نكتب العلاقة المرجحية بالنسبة للقرص المليء :

$$(M+m).\overrightarrow{OG_3} = M.\overrightarrow{OG_1} + m\,\overrightarrow{OG_2}$$

حيث O نقطة ما من الفضاء.

في حالة اختيار النقطة O منطبقة مع النقطة G_3 نكتب :

$$M.\overrightarrow{G_3G_1} + m\,\overrightarrow{G_3G_2} = \vec{0}$$

أي أن : $\overrightarrow{G_3G_1} = -\frac{m}{M} \cdot \overrightarrow{G_3G_2}$

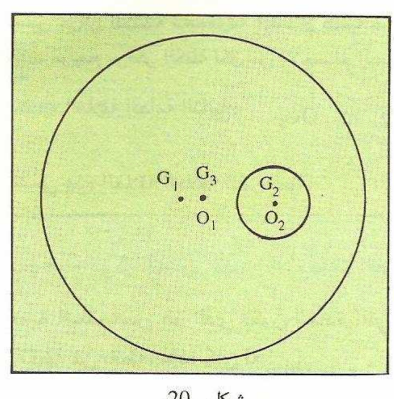
وبما أن نسبة كتلتي القرصين تساوي نسبة مساحتيهما نجد :

$$\frac{m}{M} = \frac{\pi \frac{d_1^2}{4}}{\pi \frac{d_1^2}{4} - \pi \frac{d_2^2}{4}} = \frac{d_2^2}{d_1^2 - d_2^2}$$

فإن: $\overrightarrow{G_3G_1} = -\frac{d_2^2}{d_1^2 - d_2^2} \cdot \overrightarrow{G_3G_2}$

أي أن : $G_3G_1 = \frac{d_2^2}{d_1^2 - d_2^2} \cdot O_1O_2$ مع $G_3G_2 = O_1O_2$

تطبيق عددي $G_3G_1 \approx 0{,}21$ cm.



شكل -20-

تطبيق 2

صفيحة فلزية متجانسة سمكها ثابت، لها شكل شبه منحرف كما يوضح الشكل 21. أوجد موضع مركز قصور الصفيحة.

حل

يمكن أن نعتبر أن هذه الصفيحة تتشكل من مربع ABB'D كتلته m_1 ومثلث BCB' كتلته m_2، (شكل 22).

يوجد G_1 مركز قصور الجزء المربع عند مركزه O_1.

يوجد G_2 مركز قصور الجزء المثلث عند النقطة O_2 تقاطع متوسطات المثلث.

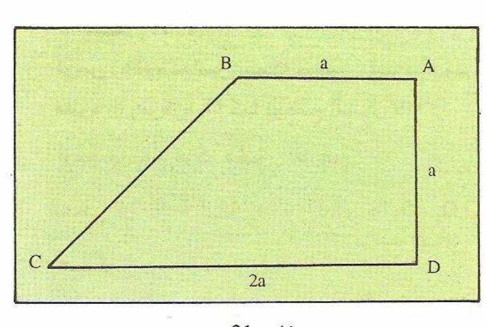
وبما أن مركز القصور G للصفيحة هو مرجح النقطتين المتزنتين (G_1 , m_1) و (G_2 , m_2) . نكتب إذن : $m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$

نموضع النقطة G بالنسبة للنقطة G_1 فنكتب :

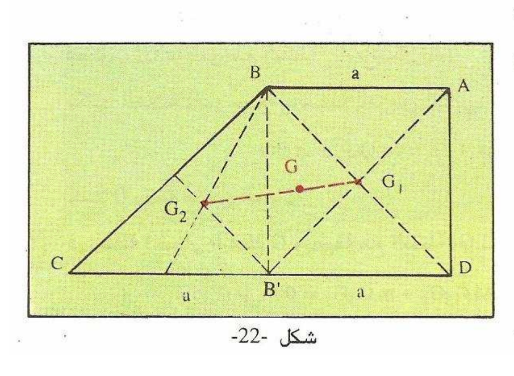
$$m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 (\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0}$$

أي أن : $\overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \overrightarrow{G_1G_2}$

ومن جهة أخرى نلاحظ أن هناك علاقة بين كتلة الجزء المربع والجزء المثلث $m_1 = 2\,m_2$ وبالتالي $\overrightarrow{G_1G} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{G_1G_2}$ يوجد مركز القصور G للصفيحة عند ثلث القطعة $[G_1G_2]$ انطلاقا من G_1.



شكل -21-



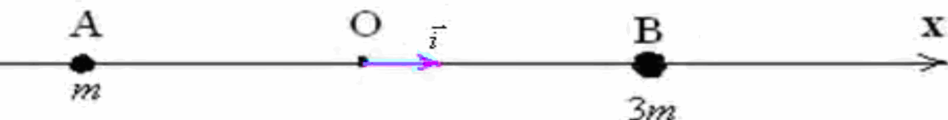
شكل -22-

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمارين مبدا القصور

تمرين-1

جسمان نقطيان A و B كتلتاهما على التوالي m و $3m$ تفصل بينهما المسافة $AB = 200cm$



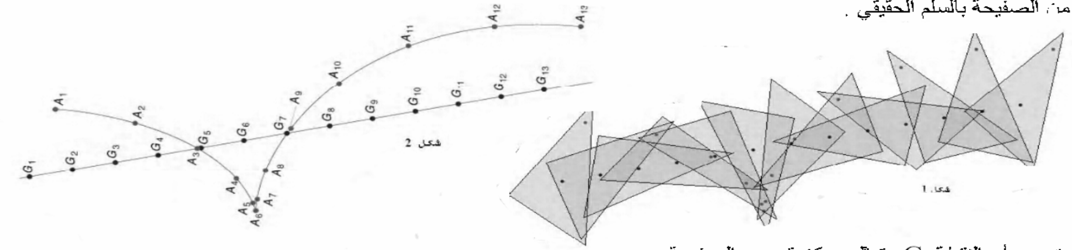
1) حدد الأفصولين x_A و x_B بالنسبة للمعلم $(O,\vec{i})$ حيث O منتصف القطعة $[A,B]$.

2) بتطبيق العلاقة المرجحية أوجد x_G أفصول مركز قصور المجموعة $\{A,B\}$.

3) نزيح الجسم B بمسافة $50cm$ في منحى $\vec{i}$، بكم وفي أي منحى ينزاح G؟

تمرين-2

نعتبر صفيحة مثلثية في حركة فوق منضدة هوائية أفقية .
يمثل الشكل 1 مواضع الصفيحة بعد مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 20\ ms$ ، ويمثل الشكل 2 تسجيل حركة نقطتين A و G من الصفيحة بالسلم الحقيقي .



1- بين أن النقطة G ، تمثل مركز قصور الصفيحة.

2- حدد سرعة الحركة الإجمالية للصفيحة.

3- أحسب سرعة النقطة A عند مرورها من الموضع A_3 .

4- حدد طبيعة الحركة الذاتية للصفيحة. عين سرعتها باعتبار A .

تمرين-3

1- تساوي المسافة بين G_1 مركز قصور الأرض T و G_2 مركز قصور الشمس S ، $D = 1,5.10^8 km$ ، أوجد على المحور ST موضع G مركز قصور المجموعة المكونة من {الأرض، الشمس} بالنسبة لـ G_2 مركز قصور الشمس. ماذا تستنتج؟

نعطي: كتلة الأرض: $M_T = 6.10^{24} kg$ ؛ $M_S = 2.10^{30} kg$.

2- تساوي المسافة بين مركز قصور الأرض ومركز قصور القمر $d = 3,85.10^5 km$

علما أن: $\frac{M_T}{M_L} = 81,8$ حيث M_T كتلة الأرض و M_L كتلة القمر، أوجد بالنسبة لمركز قصور الأرض موضع G مركز قصور المجموعة {أرض، قمر} .

moustamani@hotmail.com
www.moustakim.c.la

تمرين-4

تتشكل مزواة من متوازي الأوجه خشبي مركز قصوره G_1 وكتلته $m_1=200g$ مثبت في صفيحة حديدية مستطيلة مركز قصورها G_2 وكتلتها $m_2=300g$. نعطي $G_1G_2=12cm$

1 – أوجد بطريقة هندسية المركز G_1 و المركز G_2 واستنتج G .

2 – أوجد موضع مركز قصور المجموعة بالنسبة للنقطة G_1 بتطبيق العلاقة المرجحية .

تمرين-5

نضع قطعة جليد فوق مسطحة ملساء أفقية لشاحنة متوقفة ، ثم تنطلق الشاحنة وفق خط أفقي مستقيمي.

ما طبيعة حركة قطعة الجليد بالنسبة لمعلم مرتبط بالأرض؟

ما طبيعة حركة قطعة الجليد بالنسبة لمعلم مرتبط بالشاحنة خلال انطلاقها؟

هل يمكن اعتبار المعلم المرتبط بالشاحنة معلما غاليليا؟

تمرين-6

نربط حاملا ذاتيا بخيط غير قابل للإمتداد ، طوله L إلى المنضدة الأفقية ، تم نرسل الحامل الذاتي بحيث يبقى الخيط ممدودا حيث تكون سرعة مركز قصوره ثابتة $V=3m/s$.

-1 هل تتوازن القوى المطبقة على الحامل الذاتي ؟ علل جوابك . استنتج طبيعة حركة مركز قصور الحامل الذاتي .

-2 في لحظة معينة نقطع الخيط الذي يربط الحامل الذاتي بالمنضدة :

-1-2 هل تغيرت حركة مركز القصور للحامل الذاتي ؟ علل إجابتك.

-2-2 ما قيمة سرعة مركز القصور للحامل الذاتي؟

تمرين-7

نعتبر قرصا متجانسا (D) سمكه e ثابت ، شعاعه $R = 6cm$ وكتلته $m = 80g$.

نقطع من هذا القرص قرصا صغيرا (D') شعاعه $R'=\frac{R}{2}$ وكتلته m' بحيث نحصل جزء من قرص على شكل هلال كما يوضحه الشكل التالي .

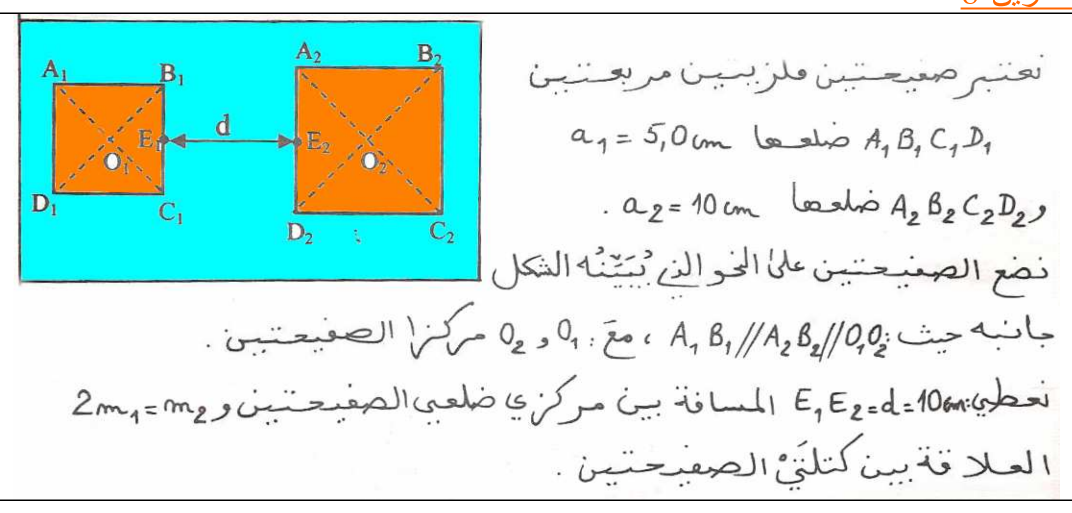
1) أوجد موضع مركز قصور الجزء من القرص المحصل عليه على شكل هلال .

2) ما الكتلة m_0 للكرة النقطية التي يجب تثبيتها عند النقطة P (المنتمية إلى القطر المار من O و O') لكي ينطبق مركز قصور الجزء من القرص على شكل هلال مع النقطة O.

O : مركز القرص المتجانس (D)

O' : مركز القرص (D')

التمرين-8



نعتبر صفيحتين فلزيتين مربعتين

$A_1B_1C_1D_1$ ضلعها $a_1 = 5,0cm$

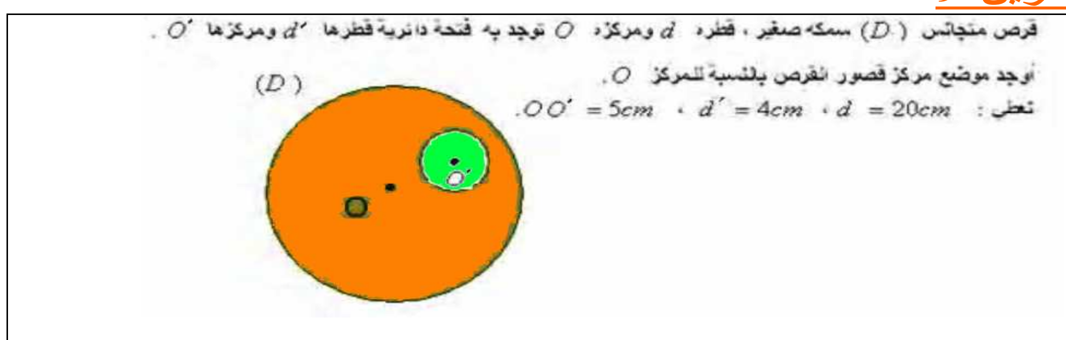
و $A_2B_2C_2D_2$ ضلعها $a_2 = 10cm$.

نضع الصفيحتين على النحو الذي يبيّنه الشكل جانبه حيث: $A_1B_1//A_2B_2//O_1O_2$ ، مع : O_1 و O_2 مركزا الصفيحتين .

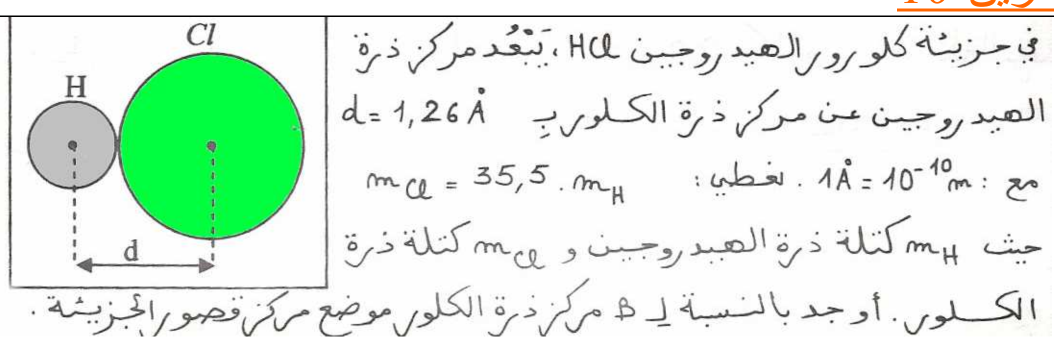
نعطي: $E_1E_2=d=10cm$ المسافة بين مركزي ضلعي الصفيحتين و $2m_1=m_2$

العلاقة بين كتلتي الصفيحتين .

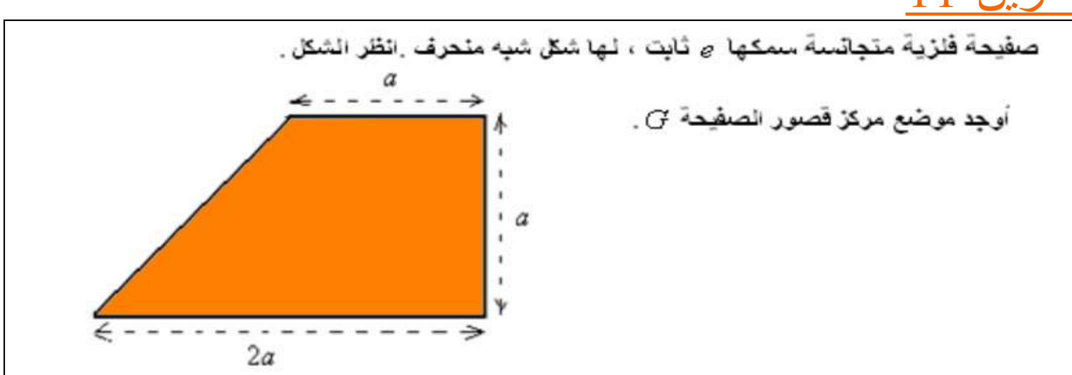
تمرين-9


قرص متجانس (D) سمكه صغير، قطره d ومركزه O توجد به فتحة دائرية قطرها d' ومركزها O'.
أوجد موضع مركز قصور القرص بالنسبة للمركز O.
نعطي: $d = 20cm$ ، $d' = 4cm$ ، $OO' = 5cm$.

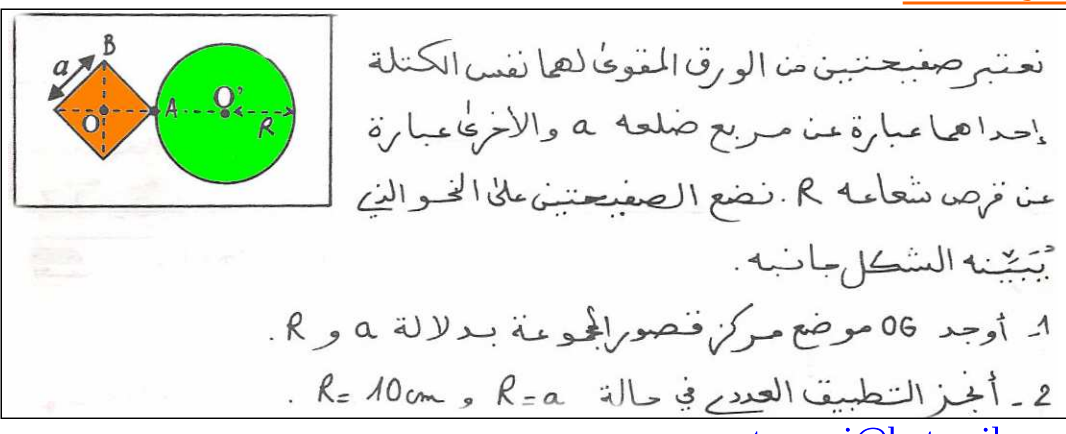
تمرين-10


في جزيئة كلورور الهيدروجين HCl، يبتعد مركز ذرة الهيدروجين عن مركز ذرة الكلور بـ $d = 1,26\,Å$
مع: $1Å = 10^{-10} m$. نعطي: $m_{Cl} = 35,5 . m_H$
حيث m_H كتلة ذرة الهيدروجين و m_{Cl} كتلة ذرة الكلور. أوجد بالنسبة لـ B مركز ذرة الكلور موضع مركز قصور الجزيئة.

تمرين-11

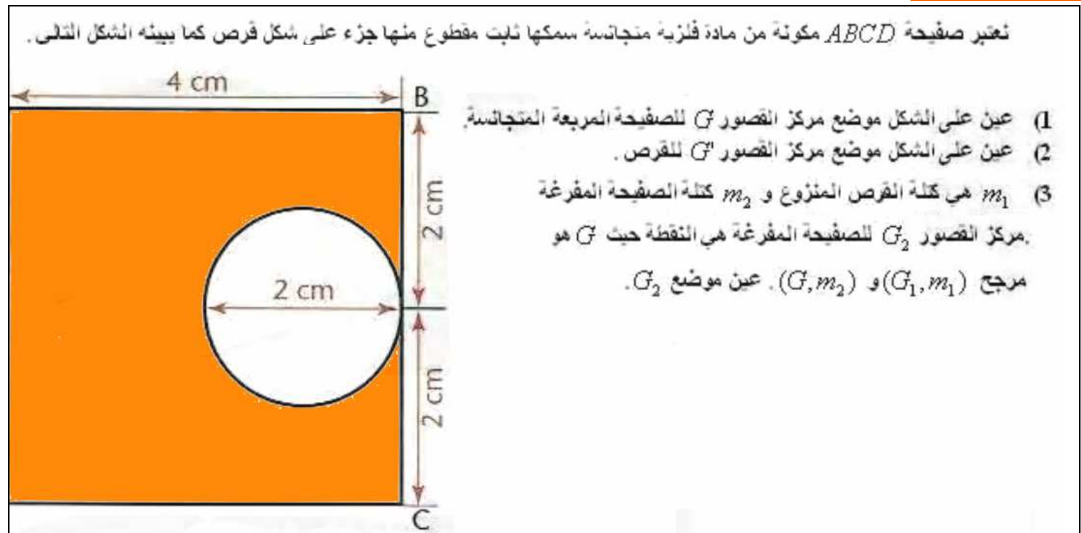

صفيحة فلزية متجانسة سمكها e ثابت، لها شكل شبه منحرف. انظر الشكل.
أوجد موضع مركز قصور الصفيحة G.

تمرين-12


نعتبر صفيحتين من الورق المقوى لهما نفس الكتلة إحداهما عبارة عن مربع ضلعه a والأخرى عبارة عن قرص شعاعه R. نضع الصفيحتين على النحو الذي يبينه الشكل جانبه.
1- أوجد OG موضع مركز قصور المجموعة بدلالة a و R.
2- أنجز التطبيق العددي في حالة $R = a$ و $R = 10cm$.

moustamani@hotmail.com
www.moustakim.c.la

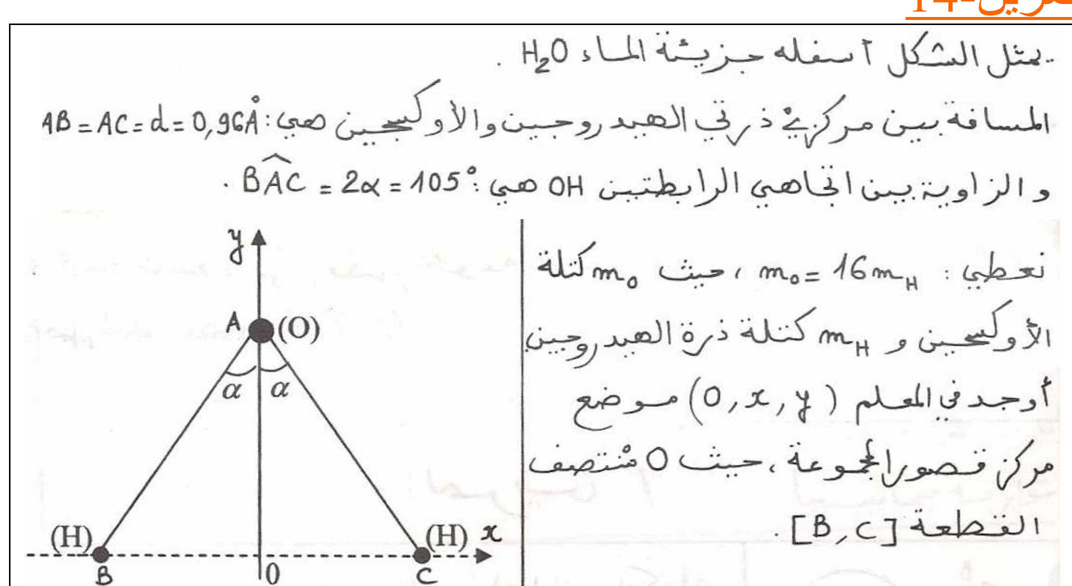
تمرين-13



نعتبر صفيحة $ABCD$ مكونة من مادة فلزية متجانسة سمكها ثابت مقطوع منها جزء على شكل قرص كما يبينه الشكل التالي.

1) عين على الشكل موضع مركز القصور G للصفيحة المربعة المتجانسة.
2) عين على الشكل موضع مركز القصور G' للقرص.
3) m_1 هي كتلة القرص المنزوع و m_2 كتلة الصفيحة المفرغة. مركز القصور G_2 للصفيحة المفرغة هي النقطة حيث G هو مرجح (G_1,m_1) و (G,m_2). عين موضع G_2.

تمرين-14



يمثل الشكل أسفله جزيئة الماء H_2O.

المسافة بين مركزي ذرتي الهيدروجين والأوكسجين هي: $AB = AC = d = 0,96 Å$

و الزاوية بين اتجاهي الرابطتين OH هي: $\widehat{BAC} = 2\alpha = 105°$.

نعطي: $m_O = 16 m_H$، حيث m_O كتلة الأوكسجين و m_H كتلة ذرة الهيدروجين.

أوجد في المعلم (O, x, y) موضع مركز قصور المجموعة، حيث O منتصف القطعة $[B, C]$.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

حلول تمارين مبدا القصور

تمرين-1

1) $x_A = -100cm$ ، $x_B = +100cm$

2) لتكن النقطة G مركز قصور المجموعة المكونة من الكريتين $\{A+B\}$. إذن G تنتمي على القطعة $[A,B]$ وتحددها العلاقة المرجحية التالية :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$$ أي : $$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1.\overrightarrow{OA} + m_2.\overrightarrow{OB}}{m_1 + m_2}$$ مع : $m_1 = m$ و : $m_2 = 3m$

$$\Leftarrow \overrightarrow{OG} = \frac{m.\overrightarrow{OA} + 3m.\overrightarrow{OB}}{m+3m} \Leftarrow m.\overrightarrow{OA} + 3m.\overrightarrow{OB} = 4m.\overrightarrow{OG}$$

بإسقاط هذه العلاقة الأخيرة على المحور $(O;\vec{i})$ تصبح كما يلي : $m.x_A + 3m.x_B = 4m.x_G$ ومنه :

$$x_G = \frac{m.x_A + 3.m.x_B}{4m} = \frac{m.(x_A + 3.x_B)}{4m} = \frac{x_A + 3.x_B}{4}$$

تطبيق عددي: $$x_G = \frac{-100m + 300m}{4m} = \frac{200m}{4m} = \frac{200}{4} = 50cm$$

3) عندما نزيح المجموعة B ب: $50cm$ في نفس منحى المتجهة $\vec{i}$ تصبح : $x_B = +150cm$ و : $x_A = -100cm$

$$x_G == \frac{x_A + 3.x_B}{4} = \frac{-100 + 150.(3)}{4} = \frac{-100 + 450}{4} = +87{,}5m$$

وبذلك ينزاح مركز قصور المجموعة G بمسافة : $37{,}5cm$ في نفس منحى المتجهة $\vec{i}$

تمرين-2

1 ــ لنبين أن النقطة G مركز قصور الصفيحة :

بما أن حركة الصفيحة تتم على منضدة فإنها شبه معزولة ميكانيكيا : $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$ وحسب مبدأ القصور أن حركة مركز قصور الصفيحة هي مستقيمية منتظمة . وحسب الشكل (2) أن النقطة G هي النقطة التي تنتمي إلى الصفيحة وحركتها مستقيمية منتظمة . وبالتالي أن G هي مركز قصور الصفيحة .

2 ــ سرعة الحركة الإجمالية للصفيحة هي حركة مركز قصورها G .

$$V_G = \frac{G_1G_3}{2\tau} = 0{,}300m/s$$

3 ــ سرعة النقطة A عند مرورها من النقطة A_3 :

$$V_3 = \frac{\overset{\frown}{A_2A_4}}{2\tau} \simeq \frac{A_2A_4}{2\tau} = 0{,}425m/s$$

4 ــ الحركة الذاتية للصفيحة :

نحسب الزوايا التالية :

$(\widehat{G_1A_1, G_2A_2}) = 30°$ ، $(\widehat{G_2A_2^{'}, G_3A_3}) = 30°$ ، إلخ ....

أي أن الزوايا متقايسة خلال نفس المدة الزمنية وبالتالي فحركة النقطة A حركة دورانية حول G ومنتظمة .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-3

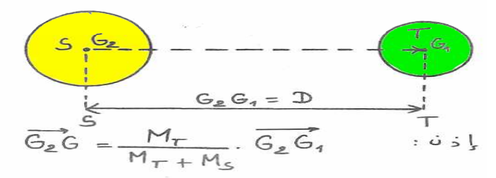
1ـ موضع مركز قصور المجموعة {شمس + أرض} :

نكتب العلاقة المرجحية بالنسبة للمجموعة:

$$M_T\overrightarrow{OG_1} + M_S\overrightarrow{OG_2} = (M_T + M_S)\overrightarrow{OG}$$

باعتبار O منطبق على G_2 (حسب نص التمرين: موضع G بالنسبة لـ G_2)، نكتب العلاقة من جديد كما يلي :

$$M_T\,\overrightarrow{G_2G_1} + M_S\underbrace{\overrightarrow{G_2G_2}}_{\vec{0}} = (M_T + M_S)\overrightarrow{G_2G}$$



إذن :

$$\overrightarrow{G_2G} = \frac{M_T}{M_T + M_S}\cdot\overrightarrow{G_2G_1}$$

أي أن :

$$G_2G = \frac{M_T}{M_T+M_S}\cdot D$$

$$G_2G = \frac{6.10^{24}}{6.10^{24}+2}\cdot 1,5.10^8$$

$$G_2G = 450\ km$$

مقارنة بالمسافة أرض ـ شمس، فإن مركز قصور المجموعة {أرض، شمس} منطبق تقريبا على مركز قصور الشمس (إذ لا يبعد عن G_2 إلا بـ : 450 km)

2 ـ موضع مركز قصور المجموعة {أرض، قمر}

نتبع الطريقة نفسها مع اعتبار O منطبق على مركز قصور الأرض.

$$M_T\cdot\overrightarrow{OG_T} + M_L\cdot\overrightarrow{OG_L} = (M_T + M_L)\overrightarrow{OG}$$

$$M_T\cdot\underbrace{\overrightarrow{G_TG_T}}_{\vec{0}} + M_L\cdot\overrightarrow{G_TG_L} = (M_T+M_L)\overrightarrow{G_TG}$$

$$\overrightarrow{G_TG} = \frac{M_L}{M_T + M_L}\cdot\overrightarrow{G_TG_L}$$

مع : $G_TG_L = d$ و $M_T = 81,8\,M_L$

نجد :

$$G_TG = \frac{M_L}{82,8\,M_L}\cdot d$$

$$G_TG = \frac{d}{82,8} = \frac{3,85.10^5}{82,8}$$

$$G_TG = 4649,8\ km = 4,6.10^3\ km$$

يبعد مركز قصور المجموعة {أرض، قمر} عن مركز قصور الأرض بمسافة 4650 km تقريبا .

تمرين-4

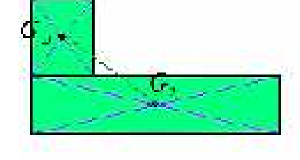
1 ـ يمكن الحصول على G_1 و G_2 بطريقة هندسية أما فيما يخص G ليمكن الحصول عليها بطريقة هندسية .

2 ـ نطبق العلاقة المرجحية.

توجد نقطة G مركز قصور المزواة والتي تنتمي إلى القطعة $[G_1,G_2]$

بحيث أن $m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ ندخل النقطة G_1 في العلاقة

فتصبح



$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\left(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G}\right) = \vec{0}$$ نختار المتجهة الواحدية $\vec{i}$ كما في الشكل جانبه

$$\overrightarrow{GG_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\overrightarrow{G_1G_2}$$

$$GG_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}G_1G_2$$

تطبيق عددي : $GG_1 = 7,2cm$

تمرين-5

ـــ جرد القوى المطبقة على قطعة الجليد :

$\vec{P}$ وزن قطعة الجليد .

$\vec{R}$ تأثير سطح الحافلة على قطعة الجليد .

ـــ هل يتحقق مبدأ القصور بالنسبة للمرجع الأرضي ؟

نعم يتحقق مبدأ القصور لقطعة الجليد بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي $(\mathcal{R})$ لأن الحافلة متوقفة أي أن قطعة الجليد شبه معزولة ميكانيكيا وبما أنها متوقفة فسرعة مركز قصورها منعدمة .

$\mathcal{R}'$ الجسم المرجعي المرتبط بالحافلة وبما أن الحافلة متوقفة كذلك الجسم المرجعي $\mathcal{R}'$ وبالتالي فهو يتطابق مع الجسم المرجعي الأرضي $(\mathcal{R})$ إذن يتحقق فيه مبدأ القصور . $(\mathcal{R})$ و $\mathcal{R}'$ مرجعان غاليليان .

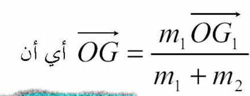
ـــ عند انطلاق الحافلة سرعتها ستتغير من قيمة منعدمة إلى قيمة تخالف الصفر أي $\vec{V}_G \neq \vec{0}$ لإذن حركة مركز قصورها حركة متغيرة بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي أي أن $\sum \vec{F}_i \neq \vec{0}$ أي أن $\mathcal{R}'$ لا يبقى مرجعا غاليليا .

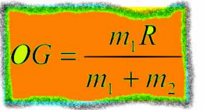
تمرين-6

نطبق العلاقة المرجحية على المجموعة المكونة من الجسمين من S و C ونعتبر أن مركز الكتلة G ينتمي إلى محور التماثل الذي يمر من O و G_1 مركز الكرية

$m_1\overrightarrow{GG_1}+m_2\overrightarrow{GG_2}=\vec{0}$ ندخل O مركز الكتلة للقرص C

$(m_1+m_2)\overrightarrow{OG}=m_1\overrightarrow{OG_1}+m_2\overrightarrow{OG_2}$ وبما أن O و G_2 متطابقان تصبح العلاقة



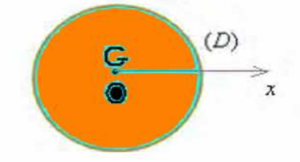


تطبيق عددي : $OG=0{,}98cm$



تمرين-7

1) ليكن G مركز قصور القرص المتجانس ذي الكتلة m والشعاع R <=



نعتبر المحور (O,x) أصله O منطبق مع G .

نطبق العلاقة المرجحية على القرص المتجانس الذي يتكون من جزئين :

- القرص الصغير الذي تم قطعه مركز قصوره O'.
- الجزء من القرص المتبقي على شكل هلال مركز قصوره G' .

$\overrightarrow{OG}=\dfrac{m'.\overrightarrow{OO'}+(m-m').\overrightarrow{OG'}}{m'+(m-m')}$ بما أن : O منطبق مع G . $m'.\overrightarrow{OO'}+(m-m').\overrightarrow{OG}=\vec{0}$ (1)

نعلم أن مساحة القرص $S=\pi R^2$ وبما أن $R'=\dfrac{R}{2}$ ولدينا : $m=\rho.V=\rho.S.e$

$$\frac{m}{m'}=\frac{\rho.\pi.R^2.e}{\rho\pi.R'^2.e}=\frac{R^2}{R'^2}=\frac{R^2}{\frac{R^2}{4}}=4 \quad\Leftarrow\quad m=4m'$$

والعلاقة رقم (1) تصبح كما يلي : $m'.\overrightarrow{OO'}+3m'.\overrightarrow{OG}=\vec{0}$ $\Leftarrow$ $\overrightarrow{OG}=-\dfrac{\overrightarrow{OO'}}{3}$ ومنه : $x_G=-\dfrac{x_{O'}}{3}$

ولدينا $x_{O'}=\dfrac{R}{2}$ $\Leftarrow$ $x_G=\dfrac{-R}{6}=-\dfrac{6cm}{6}=-1cm$

2) نطبق العلاقه المرجحيه على الجزء القرص على شكل هلال مركز قصوره G' + الكرة . الذي يتكون من جزئين :

- الجزء من القرص المتبقي على شكل هلال مركز قصوره G' .
- الكرة ذات الكتلة m_o

$\overrightarrow{OG'}=\dfrac{m_o.\overrightarrow{OP}+(m-m').\overrightarrow{OG}}{m_o+(m-m')}$ عندما ينطبق مركز قصور المجموعة مع O العلاقة الاخيرة تصبح:

$m_o.\overrightarrow{OP}+(m-m').\overrightarrow{OG}=\vec{0}$ (3) من خلال (a) $m'=\dfrac{m}{4}$ $\Leftarrow$ $m-m'=\dfrac{3m}{4}$

بالتعويض و بالإسقاط على المحور (O,x) العلاقة (3) تصبح كما يلي : $m_o.x_P+\dfrac{3m}{4}.x_G=0$

من خلال المعطيات $x_P=R=6cm$ ومن خلال نتائج السؤال السابق $x_G=-1cm$

تمرين-8

1 ـ موضع مركز قصور المجموعة :

يعتبر O_1 مركز قصور الصفيحة ذات الضلع a_1 و O_2 مركز قصور الصفيحة ذات الضلع a_2.

نكتب العلاقة المرجحية للمجموعة :

$m_1\overrightarrow{OO_1}+m_2\overrightarrow{OO_2}=(m_1+m_2)\overrightarrow{OG}$

باعتبار O منطبقا على O_1، تكتب العلاقة من جديد : $m_2\overrightarrow{O_1O_2}=(m_1+m_2)\overrightarrow{O_1G}$

مع $m_2=2m_1$ و $O_1O_2=O_1E_1+E_1E_2+E_2O_2$

$O_1O_2=a_1+d+a_2 \Rightarrow O_1O_2=25cm$

إذن : $\overrightarrow{O_1G}=\dfrac{m_2.\overrightarrow{O_1O_2}}{m_1+m_2}$

أي : $O_1G=\dfrac{2m_1.O_1O_2}{m_1+2m_1}$

$O_1G=\dfrac{2}{3}O_1O_2=\dfrac{2}{3}.25=1,7.10^1cm$

2 ـ الموضع الجديد لمركز قصور المجموعة :

في حالة $E_1E_2=d=0$

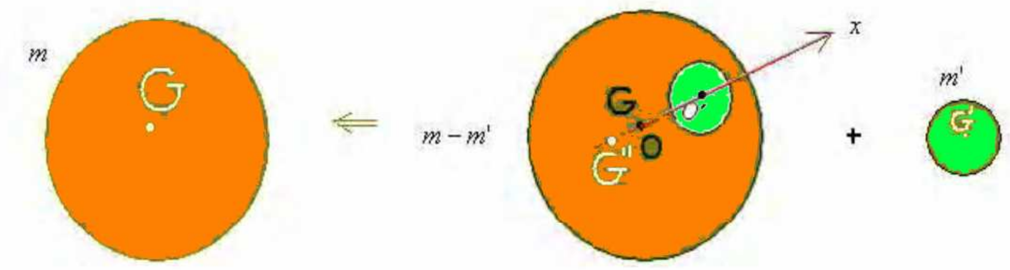
تصبح قيمة $O_1O_2=a_1+a_2$

إذن : $O_1O_2 = 15\ cm$ $O_1G = \frac{2}{3} O_1O_2$	$O_1G = \frac{2}{3} . 15$ $O_1G = 10\ cm$

تمرين-9

لتكن النقطة G مركز قصور مجموعة القرص المتجانس قبل تفريغه كتلته m . هذا الأخير يتكون من جزئين :

- القرص الصغير الذي تم قطعه مركز قصوره G' كتلته m'.
- أ لجزء من القرص المتبقى مركز قصوره G'' وكتلته $m - m'$.



نطبق العلاقة المرجحية على القرص المتجانس قبل تفريغه :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m'.\overrightarrow{OG'} + (m - m').\overrightarrow{OG''}}{m}$$

نعتبر المحور (O,x) أصله G منطبق مع G ومار من O'

بما أن : O منطبق مع G ، العلاقة المرجحية تصبح كما يلي .

$$m'.\overrightarrow{OG'} + (m - m').\overrightarrow{OG''} = \vec{0} \qquad (1)$$

$$\frac{m}{m'} = \frac{\rho.\pi.R^2.e}{\rho\pi R'^2.e} = \frac{R^2}{R'^2} = \frac{2^2}{10^2} = \frac{1}{25} \Leftarrow m = 25m' \Leftarrow m - m' = 24m'$$

ومنه (1) تكتب كما يلي : $m'\overrightarrow{OG'} + 24m'\overrightarrow{OG''} = \vec{0}$ مع : $\overrightarrow{OG'} = \overrightarrow{OO'}$

$$\overrightarrow{OG''} = -\frac{\overrightarrow{OO'}}{24} \Rightarrow x_{G''} = -\frac{x_{O'}}{24} = -\frac{5}{24} \approx -0,21cm$$

تمرين-10

$m_H \overrightarrow{BA} + m_{Cl} \overrightarrow{BB} = (m_H + m_{Cl}) \overrightarrow{BG}$ ($\overrightarrow{BB} = \vec{0}$) و A و B مركزا قصور الذرتين ؛ $m_H \overrightarrow{BA} = (m_H + m_{Cl}) \overrightarrow{BG}$ $\overrightarrow{BG} = \frac{m_H}{m_H + m_{Cl}} . \overrightarrow{BA}$ إذن : $BG = \frac{m_H}{m_H + m_{Cl}} . BA$	حيث $BA = d$ ⇐ $BG = \frac{m_H}{m_H + m_{Cl}} . d$ $BG = \frac{m_H}{m_H + 35,5 m_H} . d = \frac{d}{36,5}$ $BG = \frac{1,26}{36,5} = 3,45.10^{-2}$ Å أو $BG = 3,45.10^{-12} m$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-11

ليكن G_1 مركز قصور الجزء المربع و m_1 و: G_2 مركز قصور الجزء المثلث و m_2: و G مركز قصور الصفيحة الفلزية.
توجد النقطة G_1 في مركز المربع والنقطة G_2 في تقاطع الواسطين أنظر الشكل .

العلاقة المرجحية :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$$

تكتب كما يلي :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1.\overrightarrow{OG_1} + m_2.\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}$$

باعتبار O منطبق مع G تصبح :

$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$$

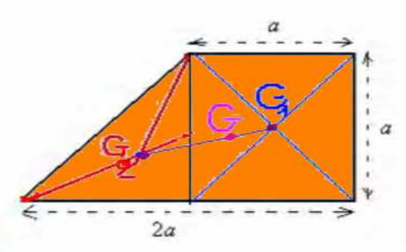
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho V_1}{\rho V_2} = \frac{S_1.e}{S_2.e} = \frac{a^2}{\frac{a^2}{2}} = 2$$

$\Leftarrow \quad m_1 = 2m_2$

$2.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \quad \Leftarrow \quad 2.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0}$

$3.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0} \quad \Leftarrow \quad 3.m_2\overrightarrow{GG_1} = -m_2.\overrightarrow{G_1G_2}$

$3\overrightarrow{GG_1} = -.\overrightarrow{G_1G_2} \quad \Leftarrow \quad \overrightarrow{GG_1} = -\frac{\overrightarrow{G_1G_2}}{3}$: أي $\overrightarrow{G_1G} = \frac{\overrightarrow{G_1G_2}}{3}$



تمرين-12

1ـ موضع مركز قصور المجموعة :

يعتبر O مركز القطعة المربعة مركز قصورها أيضاً .

و O' مركز قصور القطعة الدائرية .

لنكتب العلاقة المرجحية للمجموعة :

$$m\overrightarrow{OO} + m'\overrightarrow{OO'} = (m+m')\overrightarrow{OG}$$

إذن : $\overrightarrow{OG} = \frac{m'\overrightarrow{OO'}}{m+m'}$

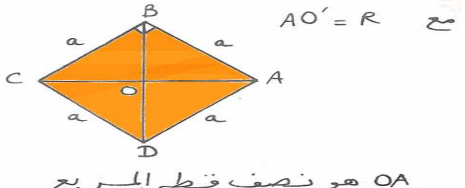
وبما أن : $m = m'$ ، فإن :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\overrightarrow{OO'}}{2}$$

أي أن : $OG = \frac{OO'}{2}$

لنحسب OO' : $OO' = OA + AO'$

مع $AO' = R$



OA هو نصف قطر المربع

لدينا : $OA = \frac{1}{2}AC$

باعتبار المثلث ABC قائم الزاوية في B نكتب العلاقة (علاقة فيتاغورس) :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}.a$$

ومنه : $OA = \frac{\sqrt{2}}{2}.a$

إذن : $OO' = R + \frac{\sqrt{2}}{2}.a$

أي أن : $OG = \frac{1}{2}\left(R + \frac{\sqrt{2}}{2}.a\right)$

2ـ تطبيق عددي :

في حالة $a = R$ ، نجد :

$$OG = \frac{1}{2}\left(R + \frac{\sqrt{2}}{2}.R\right)$$

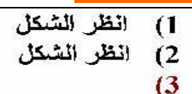
$$OG = \frac{R}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$OG = \frac{(2+\sqrt{2})R}{4}$$

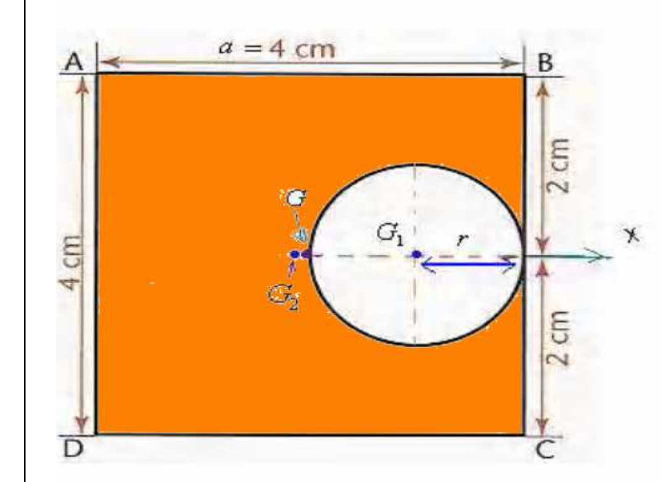
$$OG = 8,5\ cm .$$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-13



1) انظر الشكل
2) انظر الشكل
3)



العلاقة المرجحية تصبح :

$$m_1\overrightarrow{GG_1}+m_2.\overrightarrow{GG_2}=\vec{0}$$

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{\rho.V_1}{\rho.V_2}=\frac{\rho.\pi.R^2.e}{\rho.(4R)^2.e}=\frac{\pi}{16}$$

$$m_1=\frac{\pi}{16}.m_2 \Leftarrow$$

لان حجم الصفيحة المربعة $V=a^2.e$

وحجم القرص : $V=S.e=\pi.r^2.e$ مع

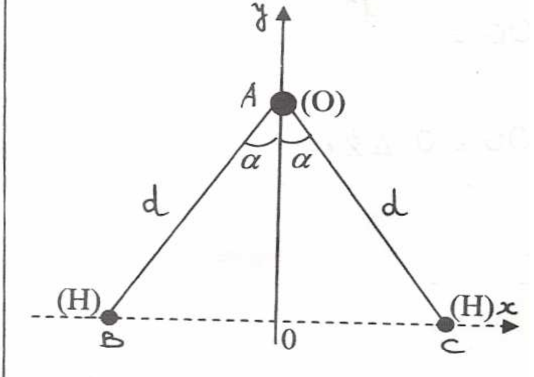
$$r=\frac{a}{4}$$

$$\overrightarrow{GG_2}=-\frac{\pi}{16}.\overrightarrow{GG_1} \Leftarrow \frac{\pi}{16}m_2\overrightarrow{GG_1}=-m_2.\overrightarrow{GG_2} \Leftarrow \frac{\pi}{16}m_2\overrightarrow{GG_1}+m_2.\overrightarrow{GG_2}=\vec{0}$$

$$x_{G_2}=-\frac{\pi}{16}.x_{G_1}=-\frac{\pi}{16}.1cm\approx-0,2cm$$

تمرين-14

نمثل مراكز قصور الذرات المكونة لجزيئة الماء :



مركز قصور الجزيئة هو مرجح النقط A و B و C . لنكتب العلاقة المرجحية بالنسبة للذرات الثلاثة .

$$m_O.\overrightarrow{OA}+m_H.\overrightarrow{OB}+m_H.\overrightarrow{OC}=(m_O+m_H+m_H)\times\overrightarrow{OG}$$

بما أن : $m_O=16m_H$ ، فإن :

$$18m_H\overrightarrow{OG}=16m_H\overrightarrow{OA}+m_H\overrightarrow{OB}+m_H\overrightarrow{OC}$$

$$\overrightarrow{OG}=\frac{16\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{18}$$

بما أن O منتصف القطعة [BC]، فإن $\overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{OB}$ لهما نفس الطول (نفس المنظم) ومنحيان متعاكسان، إذن :

$$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$$

إذن : $\overrightarrow{OG}=\frac{16}{18}\overrightarrow{OA}=\frac{8}{9}\overrightarrow{OA}$

$$OG=\frac{8}{9}OA$$

باعتبار المثلث AOB قائم الزاوية في O

نكتب : $\cos\alpha=\frac{OA}{AB}$

إذن : $OA=AB.\cos\alpha$

مع : $AB=d$ ، إذن : $OA=d.\cos\alpha$

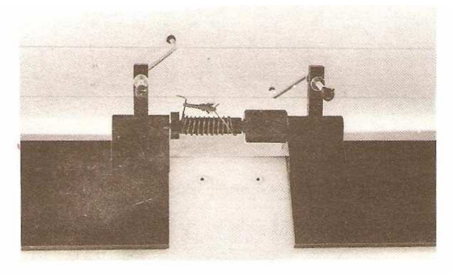
وبالتالي : $OG=\frac{8}{9}.d.\cos\alpha$

$$OG=\frac{8}{9}.0,96\times\cos(52,5)$$

$$OG=0,52\,\text{Å}$$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

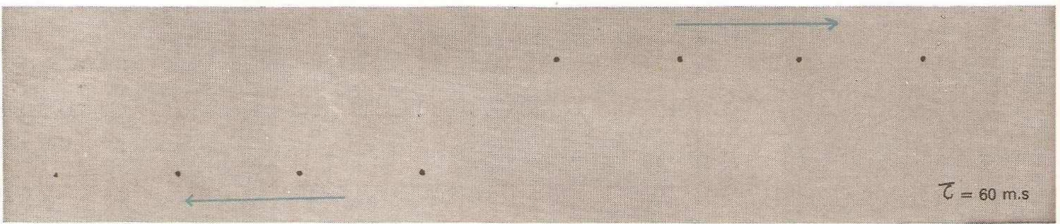
كمية الحركة


شكل (1.8)

1. كمية الحركة لجسم صلب في إزاحة مستقيمية :

1.1 انفجار مجموعة مادية :

نضع فوق النضد الهوائي الأفقي خيالين (C_1) و (C_2) ، كُتْلَتَاهما m_1 و m_2 ، مرتبطين بواسطة جهاز مناسب (نابض صغير وخيط) شكل (1.8).
نحرق الخيط فيفترق الخيالان فورا وينطلقان في منحيين متعاكسين . نقول إن المجموعة $\{C_1, C_2\}$ انفجرت .



شكل (3.8)

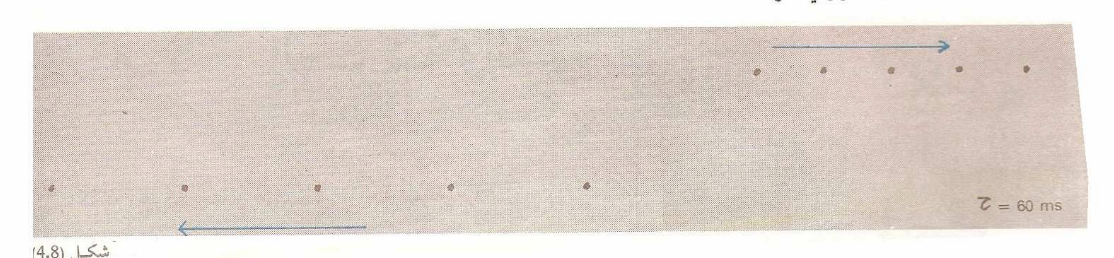
ويمثل الشكل (3.8) التسجيلين المتآنيين لحركة كل من الخيالين (C_1) و (C_2) .

2.1 ـ كمية الحركة :

أ) الدراسة الكيفية :

ننجز انفجار مجموعة مكونة من خيالين لهما نفس الكتلة $(m_1 = m_2 = 100g)$ ، فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل (3.8). ويتبين من هذا الأخير أن حركتي الخيالين مستقيميتان منتظمتان ، وأن سرعتيهما متساويتان .

نعيد التجربة باستعمال خيالين كتلتاهما مختلفتان $(m_1 = 100g; m_2 = 200g)$.
نحصل على التسجيل شكل (4.8) ونلاحظ أن حركتي الخيالين مستقيمتان منتظمتان ، غير أن سرعتيهما مختلفتان ، فالخيال ، ذو الكتلة الكبرى $(m_2 > m_1)$ أقل سرعة من الآخر $(V_2 < V_1)$.
بدو إذن ، أن كتلة الخيال تؤثر في سرعته .



شكل (4.8)

ننجز تجربة ثالثة باستعمال خيالين كتلتاهما $m_1 = 100g$, $m_2 = 300g$. (شكل 5.8).
نسحب سرعة كل من الخيالين في كل من التجارب الثلاث السابقة ، وندون النتائج في الجدول التالي :

ب) الدراسة الكمية :

ننجز تجربة ثالثة باستعمال خيالين كتلتاهما $m_1 = 100g$, $m_2 = 300g$. (شكل 5.8).
نسحب سرعة كل من الخيالين في كل من التجارب الثلاث السابقة، وندون النتائج في الجدول التالي :

	$m_1(g)$	$m_2(g)$	$V_1(ms^{-1})$	$V_2(ms^{-1})$	m_2/m_1	V_1/V_2
تجربة 1	100	100	0,36	0,36	1	1
تجربة 2	100	200	0,4	0,2	2	2
تجربة 3	100	300	0,4	0,13	3	3

ج) خــلاصــة :

تؤكد هذه النتائج ما تمت ملاحظته سابقا، فبالنسبة لكل تجربة، تكون سرعة الخيال، ذي الكتلة الكبيرة أصغر.
ثم إن نسبة سرعتي الخيالين تساوي مقلوب نسبة كتلتيهما.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$m_1 . V_1 = m_2 . V_2$$

د) تعريــف :

يتبين من التجارب السابقة أن جداء كتلة الخيال وسرعته ثابت. وبالتالي، فالمقدار $m.\vec{V}$ يميز الخيال أثناء حركته. نسمي كمية الحركة لجسم في حركة إزاحة جداء كتلته وسرعته.

$$\vec{p} = m.\vec{V}$$

متجهة كمية الحركة $\vec{p}$ لجسم صُلب كتلته m، وسرعة مركز قصوره $\vec{V}_G$ هي جداء الكتلة ومتجهة السرعة لمركز القصور.

$$\vec{p} = m.\vec{V}_G$$

ملحوظة : للاختصار نسمي المتجهة $\vec{p}$ كَمِّيَّة الحركة.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

ه- مميزات متجهة الحركة

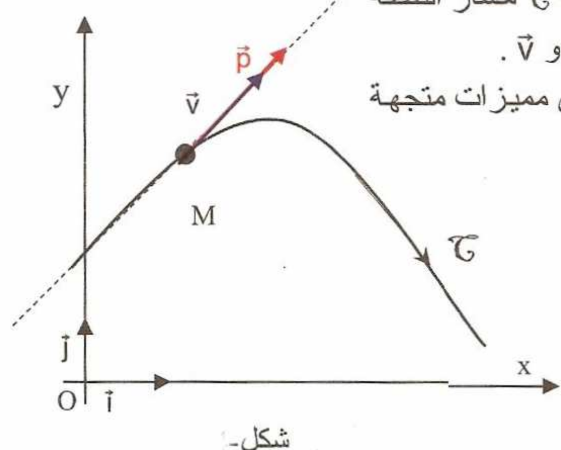
نعتبر نقطة M من جسم متحرك يمثل المنحنى الموجه $\mathcal{C}$ مسار النقطة M في المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j})$. نمثل في لحظة t المتجهتين $\vec{p}$ و $\vec{v}$.

بما أن المتجهتين $\vec{p}$ و $\vec{v}$ مستقيمتان (الشكل-) ستكون مميزات متجهة كمية الحركة كالتالي:

- **الاتجاه** : المماس للمسار في النقطة M.
- **المنحى** : منحى الحركة.
- **المنظم** : $p = m.v$

وحدة كمية الحركة في النظام العالمي هي :

الكيلوغرام متر على الثانية $kg.m.s^{-1}$.

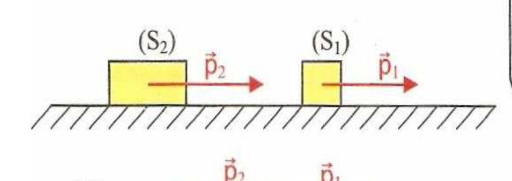


شكل-

و- متجهة كمية حركة مجموعة مكونة من جسمين صلبين

نعتبر جسمين صلبين (S_1) و (S_2)، إذا كانت $\vec{p}_1$ متجهة كمية حركة الجسم (S_1) و $\vec{p}_2$ متجهة كمية حركة الجسم (S_2).

> متجهة كَمِّيةِ الحركة للمجموعة المكونة من الجسمين (S_1) و (S_2) تساوي مجموع متجهتي كمية الحركة لهذين الجسمين.
>
> $$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$



شكل-

لإنشاء المتجهة المجموع $\vec{p}$ في الحالة الخاصة (متجهتا السرعة للجسمين لهما الاتجاه نفسه) يمكن اعتبار حالتين خاصتين :

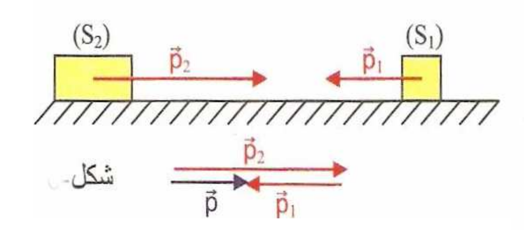
- المتجهتان $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ لهما المنحى نفسه (شكل-)

$$p = p_1 + p_2$$

- المتجهتان $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ لهما منحيان متعاكسان (شكل-)

$$p = |p_2 - p_1|$$

يكون منحى المتجهة $\vec{p}$ وفق المتجهة التي لها أكبر منظم.



شكل-

2- انحفاظ كَمِّيةِ الحركة بالنسبة لمجموعة معزولة.

2.1- حالة انفجار مجموعة

نعتمد نتائج النشاط 1 (شكل 8-1)، نسمي (S) المجموعة المكونة من الجسمين (S_1) و (S_2).

المجموعة (S) تشكل مجموعة شبه معزولة.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

كَمية الحركة للمجموعة (S) قبل الانفجار هي : $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}$

كَمية الحركة للمجموعة (S) بعد الانفجار هي : $\vec{p}' = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$

$$\vec{p}' = m_1.\vec{v}_1 + m_2.\vec{v}_2 = \vec{0}$$

متجهة كَمية الحركة للمجموعة (S) قبل الانفجار وبعده متجهة منعدمة.

$$\vec{p} = \vec{p}' = \vec{0}$$

2.2 - قانون انحفاظ كمية الحركة

تبقى كمية الحركة بالنسبة لمجموعة معزولة أو شبه معزولة، صُلبة أو قابلة للتشويه، ثابتةً.

$$\vec{p} = \vec{p}' = \overrightarrow{cte}$$

يُطَبَّقُ قانون انحِفاظ كَمية الحركة بالنسبة لكل الأجسام كيفما كانت أبعادها (دقائق – مجرات)، وكيفما كانت التأثيرات البيْنية الموجودة بين مختلِف أجزاء مجموعة معزولة، أو شبه معزولة.

2.3 تطبيقات:

2.3.1 تراجع مدفع

عندما يطلق مدفع قذيفة يتراجع نحو الخلف (الشكل-7)، تُرى لماذا؟

نعتبر المجموعة المكونة من المدفع والقذيفة. وهذه مجموعة شبه معزولة، وهي قبل إطلاق القذيفة في حالة سكون.

- كَمية الحركة للمجموعة قبل الإطلاق : $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}$
- كَمية الحركة للمجموعة بعد الإطلاق :

$$\vec{p}' = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = m.\vec{v}'_1 + M.\vec{v}'_2$$

نُطبّق قانون انحفاظ كمية الحركة : $\vec{p} = \vec{p}'$

$$m.\vec{v}'_1 + M.\vec{v}'_2 = \vec{0}$$

$$\vec{v}'_2 = -\frac{m}{M}.\vec{v}'_1$$

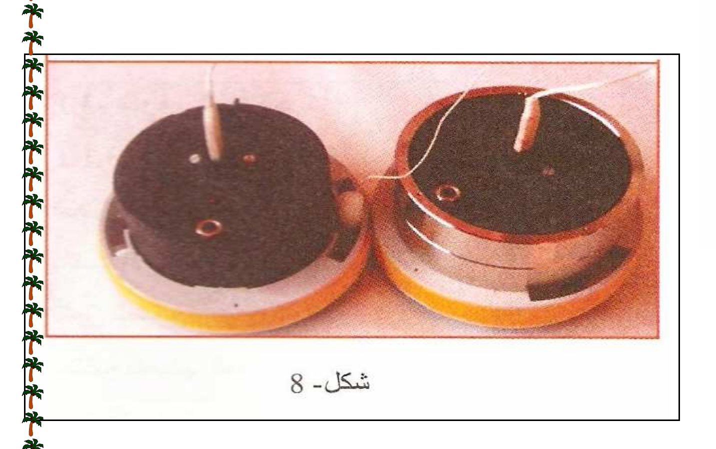
شكل-7

يتبين من خلال هذه العلاقة أن مَنحى متجهة سرعة مركز قصور المدفع يعاكس منحى متجهة سرعة مركز قصور القذيفة، وهو ما يعلل تراجع المدفع.

2.3.2- التصاق جسمين صُلبين بعد الاصطدام

نرسل حاملا ذاتيا (S_1) كتلته m_1 فيصطدم بحامل ذاتي (S_2) كتلته m_2 ساكن، يلتصق الحاملان بعد الاصطدام.

لتكن $\vec{v}_1$ سرعة مركز قصور (S_1) قبل الاصطدام، و $\vec{v}'$ سرعة مركز قصور المجموعة $\{S_1,S_2\}$ بعد الاصطدام (شكل-8).



شكل- 8

كمية الحركة للمجموعة $\{S_1,S_2\}$ قبل الاصطدام :

$$\vec{p} = m_1.\vec{v}_1 + \vec{0} = m_1.\vec{v}_1$$

كمية الحركة للمجموعة $\{S_1,S_2\}$ بعد الاصطدام:

$$\vec{p}' = (m_1+m_2).\vec{v}'$$

المجموعة $\{S_1,S_2\}$ مجموعة شبه معزولة، و بالتالي تنحفظ كمية حركتها:

$$\vec{p} = \vec{p}'$$

$$m_1.\vec{v}_1 = (m_1+m_2).\vec{v}'$$

$$\vec{v}' = \frac{m_1}{m_1+m_2} \cdot \vec{v}_1$$

يتبين من خلال هذه العلاقة أن المتجهتين $\vec{v}_1$ و $\vec{v}'$ لهما الاتجاه نفسه والمنحى نفسه، وأن $v'<v_1$، الشيء الذي يتأكد تجريبيا.

3- تغير كمية حركة مجموعة

1-القوة و الحركة

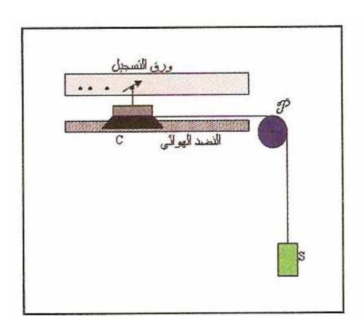
سبقت الإشارة في درس مبدأ القصور أن تغير متجهة السرعة $\vec{V}_G$ لمركز قصور الجسم هو ناتج عن وجود قوة .

نستنتج أنه إذا تغيرت متجهة السرعة $\vec{V}_G$ تغيرت متجهة كمية الحركة $\vec{p} = m\vec{V}_G$

2- تغير كمية حركة مجموعة غير معزولة

تجربة

نربط خيالا (C)، كتلته $m = 300g$ على نضد هوائي أفقي، بواسطة خيط يمر عبر بكرة، يرتبط الطرف الآخر للخيط بجسم (S).



1-بين ان $\vec{T}$ هي القوة الوحيدة التي تشتغل؟

2- اعط مميزات القزة $\vec{T}$

3- احسب كمية الحركة في النقط التالية $A_2\ ;\ A_4\ ;\ A_6$

4- مثل المتجهة $\overrightarrow{\Delta p_5} = \vec{p}_6 - \vec{p}_4$

نعطى السلم $1cm \leftrightarrow 0,2kgm/s$

5- قارن بين $\frac{\overrightarrow{\Delta p_5}}{\Delta t}$ و $\vec{T}$

1 الخيال قبل ربطه بالخيط يشكل مجموعة شبه معزولة، أي :

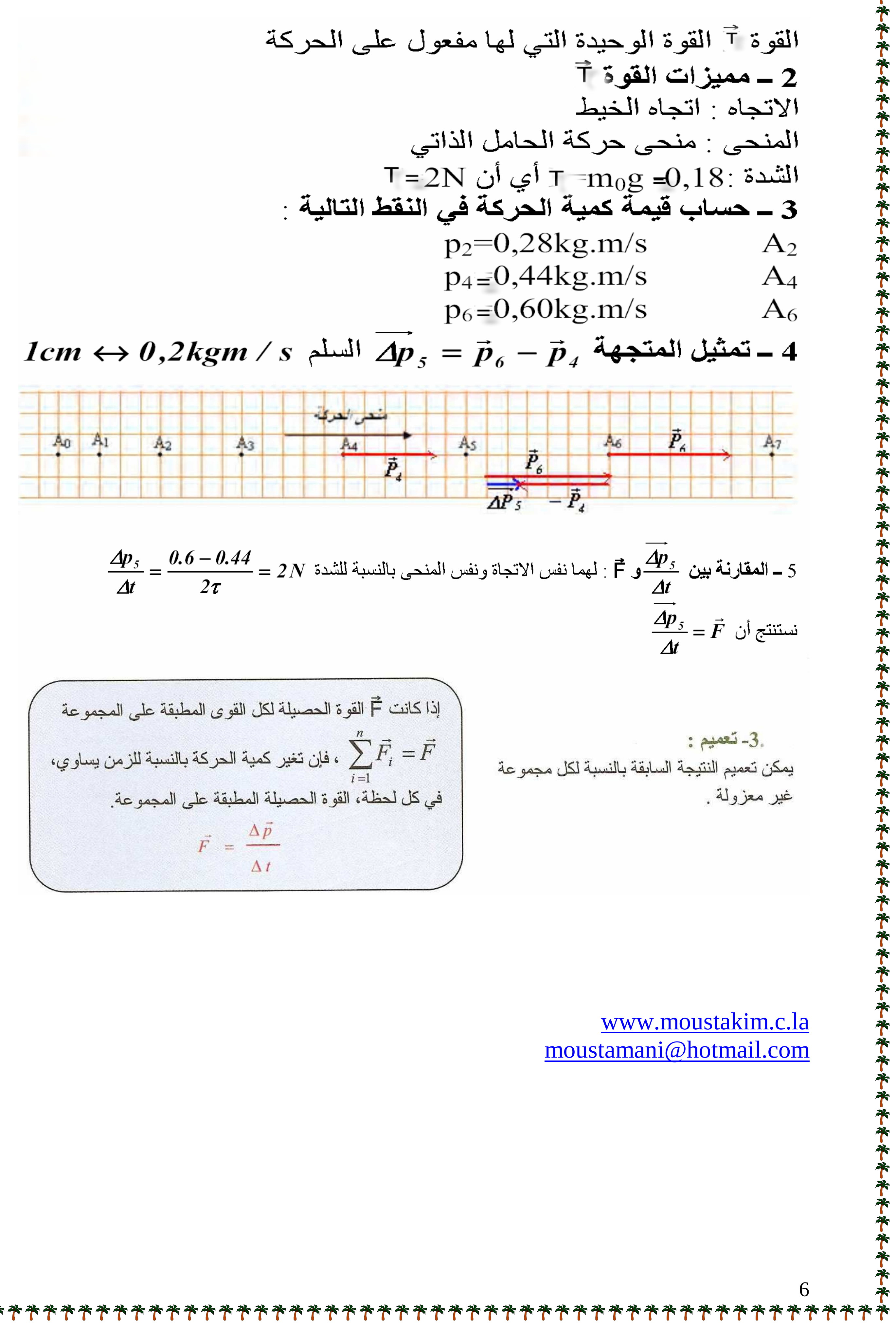
$$\Sigma\vec{F} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

القوة الحصيلة للقوى المطبقة على الخيال بعد ربطه بالخيط تصبح :

$$\Sigma\vec{F} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{T}$$

تمثل الوثيقة تسجيل حركة الحامل الذاتي.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com



القوة $\vec{T}$ القوة الوحيدة التي لها مفعول على الحركة

2 ـ مميزات القوة $\vec{T}$

الاتجاه : اتجاه الخيط

المنحى : منحى حركة الحامل الذاتي

الشدة: $T = m_0 g = 0,18$ أي أن $T = 2N$

3 ـ حساب قيمة كمية الحركة في النقط التالية :

A_2 $p_2 = 0,28 kg.m/s$

A_4 $p_4 = 0,44 kg.m/s$

A_6 $p_6 = 0,60 kg.m/s$

4 ـ تمثيل المتجهة $\overrightarrow{\Delta p_5} = \vec{p}_6 - \vec{p}_4$ السلم $1cm \leftrightarrow 0,2kgm/s$

5 ـ **المقارنة بين** $\frac{\overrightarrow{\Delta p_5}}{\Delta t}$ و $\vec{F}$: لهما نفس الاتجاة ونفس المنحى بالنسبة للشدة $\frac{\Delta p_5}{\Delta t} = \frac{0.6 - 0.44}{2\tau} = 2N$

نستنتج أن $\frac{\overrightarrow{\Delta p_5}}{\Delta t} = \vec{F}$

3- تعميم :

يمكن تعميم النتيجة السابقة بالنسبة لكل مجموعة غير معزولة .

إذا كانت $\vec{F}$ القوة الحصيلة لكل القوى المطبقة على المجموعة $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}$ ، فإن تغير كمية الحركة بالنسبة للزمن يساوي، في كل لحظة، القوة الحصيلة المطبقة على المجموعة.

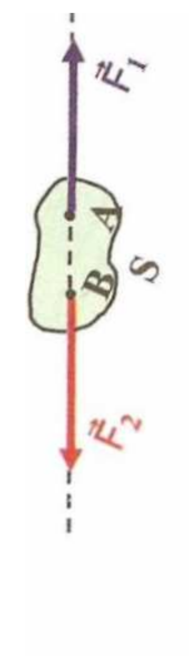
$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

www.moustakim.c.la

moustamani@hotmail.com

بعض تطبيقات توازن جسم صلب خاضع لقوتين

1- تذكير بشرطي توازن جسم صُلب خاضع لقوتين



عندما يكون جسم صُلب في توازن تحت تأثير قوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ فإن:

- المجموع المتجهي لهاتين القوتين منعدم: $\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{0}$
  وهذا شرط أول لازم لسكون مركز قصور الجسم الصُلب.
- للقوتين خط التأثير نفسه.

وهذا شرط لغياب دوران الجسم الصُلب في حالة تحقيق الشرط الأول.

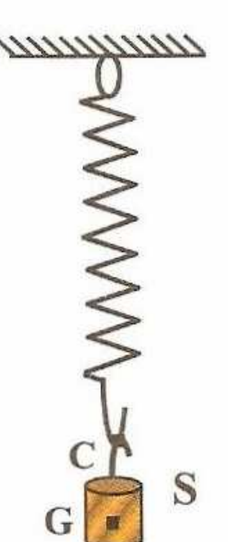
ملحوظة:

إن هذين الشرطين لازمان للحصول على توازن جسمٍ صُلبٍ خاضع لقوتين، لكنهما غير كافيين، إذ يمكن أن يتحقق الشرطان ويكون مركز قصور الجسم الصلب في حركة مستقيمية منتظمة – مبدأ القصور-.

2- القوة المطبقة من طرف نابض

2.1- توازن جسم صُلب معلق بنابض

نربط أحد طرفي نابض ذي لفات غير متصلة بحامل ,بحيث تشير المشيرة إلى التدريجة صفر لمسطرة رأسية مدرجة . نعلق كتلة معلمة (S) في الطرف الحر للنابض .



1. بدراسة توازن (S) بَيِّنْ أن الشدة T لتوتر النابض تساوي شدة وزنه .
2. أعد المناولة بتغيير الكتلة المعلمة (S) ، وتتبع تغيير Δl إطالة النابض بدلالة تغير الكتلة . لخص في جدول قيم كل من Δl و T.
3. مثل تغيرات T بدلالة Δl.
4. أوجد العلاقة بين شدة توتر النابض و إطالته .
5. علام نحصل عند استبدال تدريج المسطرة بالنيوتن بدل السنتيمتر ؟

المجموعة المدروسة : الجسم الصلب (S).

جرد القوى المطبقة على المجموعة المدروسة :

- **وزن الجسم الصلب** (S) : $\vec{P}$
- **تأثير النابض على الجسم الصلب** (S): **توتر النابض** $\vec{T}$.

تطبيق شرطي التوازن لتحديد مميزات **توتر النابض** $\vec{T}$.

- سكون مركز القصور G : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$ أو $\vec{T}=-\vec{P}$

أي أن $\vec{T}$ و $\vec{P}$ لهما الشدة نفسها : $T=P=mg$، ومنحيان متعاكسان.

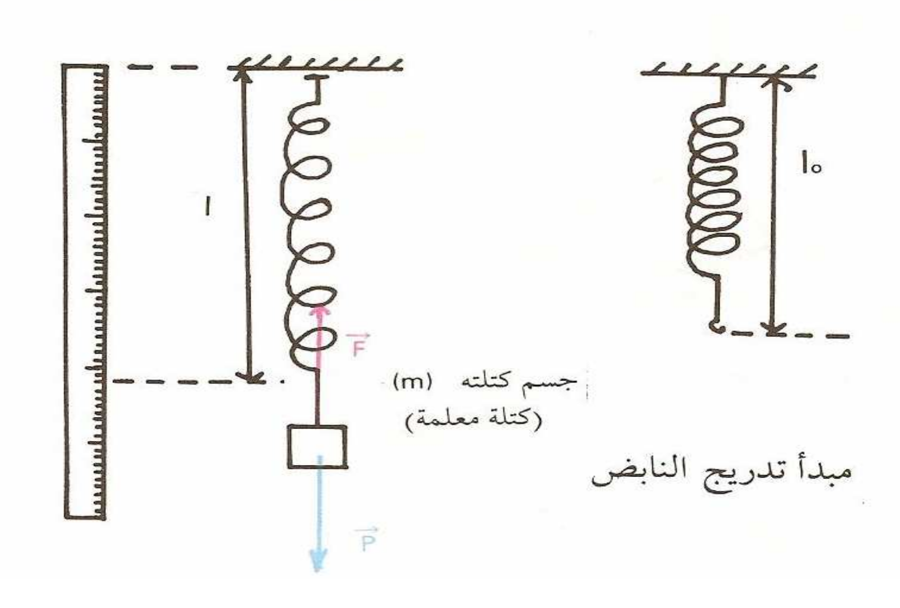
- انعدام دوران الجسم (S)، أي أن $\vec{P}$ و $\vec{T}$ لهما خط التأثير نفسه، ومن تم فإن C نقطة تأثير القوة $\vec{T}$، و G نقطة تأثير القوة $\vec{P}$، توجدان على استقامة واحدة .



2.2- العلاقة بين توتر نابض وإطالته

لمعرفة العلاقة بين توتر النابض و إطالته، نُمثل الدالة $T = f(\Delta\ell)$

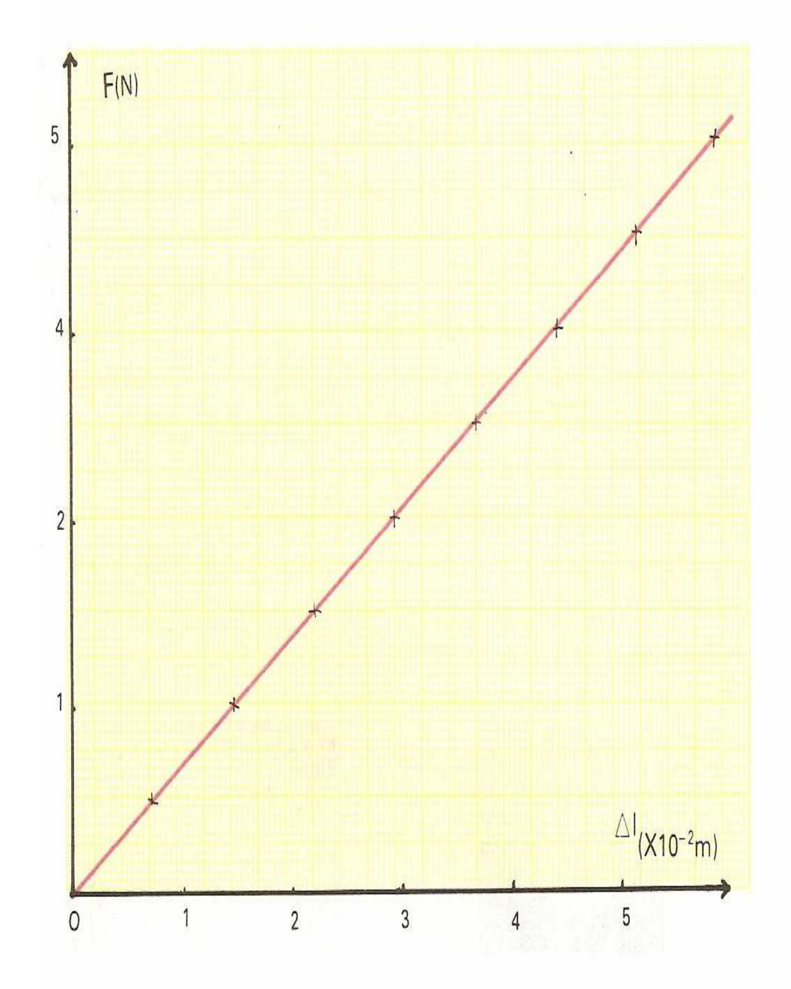
نَعلّقُ بنابض، طوله الأصلي l_0 ، أجساما مختلفة ذات كتل معينة (الكتل المعلمة) لتغيير توتره F ، ونقيس الاطالات Δl المقابلة وندوِّن النتائج ، المحصل عليها في الجدول ثم نقوم بتمثيل هذه النتائج في الرسم المبياني



مبدأ تدريج النابض

أ- جدول القياسات و خط المنحنى

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com



الإطالة $\Delta l\ (x10^{-2}m)$	التوتر $T\ (N)$
0	0
0,7	0 , 5
1,5	1,0
2,2	1,5
3,0	2,0
3,7	2,5
4,5	3,0
5,2	3,5
5,9	4,0

نلاحظ أن الدالة $\Delta l \xrightarrow{f} F$ خطيّة ، الشيء الذي يمكننا من كتابة :

$$F = k.\Delta l = k(l - l_0).$$

نستنتج أن : توتر النابض يتناسب اطراداً مع إطالته . ويسمى معامل التناسب صلابةَ النابض، ويعبر عنه بـ $N.m^{-1}$

ب) خـلاصـة :

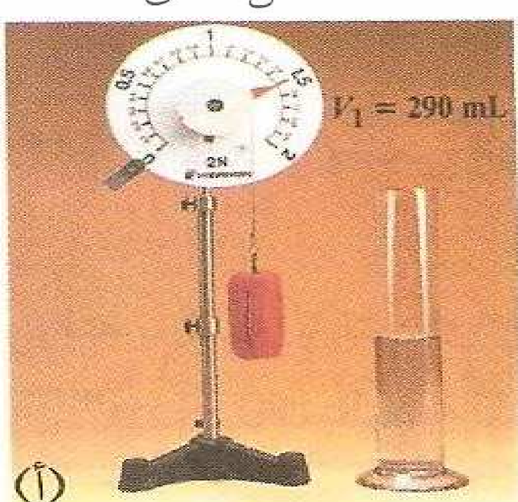
* يسمى المستقيمُ الذي تمّ خَطُّهُ سابقاً **منحنى تدريج النابض** .
* يمكن معرفة الشدة F لقوة، بقياس الاطالة التي تحدثها هذه القوة في نابض، حيث يكفي أن تُدَرَّجَ المسطرةُ المقرونة بالنابض بنيوتن لقراءة الشدة مباشرة . وهكذا فإن المجموعة { النابض، المسطرة المدرجة بنيوتن } تُكَوِّن دينامومتراً.

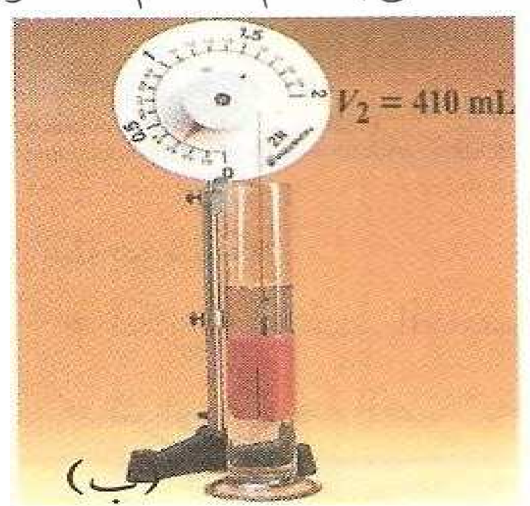
3- دافعة أرخميدس

3.1 - إبراز دافعة أرخميدس

نشاط تجريبي

1. قس وزن قطعة العجين المطاوع (S) بواسطة دينامومتر
2. اغمر القطعة (S) المعلقة بالدينامومتر كليا في الماء دون أن تلمس جوانب وقعر المخبار المدرج ، ثم قس حجم الماء المزاح .
3. اعتمادا على إشارتي الدينامومتر ، إستنتج شدة دافعة أرخميدس .
4. قارن شدة دافعة أرخميدس مع شدة وزن الماء المزاح .
5. أعد نفس المناولة بتغيير الماء بسائل آخر . هل تتعلق شدة دافعة أرخميدس بطبيعة السائل ؟
6. أعد المناولة باستعمال الماء كسائل وأجسام صلبة ذات حجوم مختلفة . هل تتعلق شدة دافعة أرخميدس بحجم الجسم المغمور ؟





قياس شدة دافعة أرخميدس

3-2- دافعة ارخميدس:

1 - تعريف:

تسمى قوة التماس الموزعة المطبقة من طرف مائع (سائل أو غاز) على الأجسام المغمورة فيه كليا أو جزئيا بدافعة أرخميدس .
و تتعلق شدتها بحجم الجزء المغمور من الجسم وبطبيعة المائع ، و تساوي شدة وزن المائع المزاح .

2 - مميزات دافعة أرخميدس:

مثال في النشاط

– شدة دافعة أرخميدس هي الفرق بين إشارتي الدينامومتر : $F_a = 1,5 - 0,3 = 1,2\ N$ ؛

– حجم الماء المزاح من طرف الجسم الصلب (العجين المطاوع) هو $V = V_L = V_2 - V_1 = 120\ cm^3$ ؛

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

– وزن حجم الماء المزاح هو : $P_L = mg$ حيث $m = \rho V$ أي $P_L = \rho V g$ ؛

نأخذ : $g = 9,8\ N.kg^{-1}$ و $\rho = 1g.cm^{-3}$ الكتلة الحجمية للماء، فنجد $P_L = \rho V g = 1x120\ x10^{-3}\ x\ 9,8 = 1,18N$.

باعتبار الارتيابات الناتجة عن القياسات التجريبية، يُمْكِنُ القول إن شدة دافعة أرخميدس تساوي شدة وزن الماء المزاح $F_a = P_L$

أي $F_a = \rho V g$

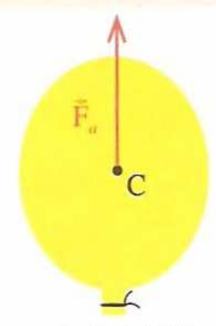
مميزات دافعة أرخميدس:

– نقطة التأثير : مركز الدفع أي مركز ثقل المائع المزاح ؛
– خط التأثير : المستقيم الرأسي المار من مركز الدفع ؛
– المنحى : من الأسفل نحو الأعلى ؛
– الشدة : $F_a = \rho V g$ حيث :

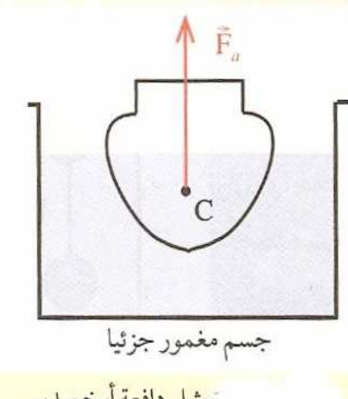
ρ : الكتلة الحجمية للمائع وحدتها $kg.m^{-3}$ ؛

V : حجم الجزء المغمور من الجسم في المائع، ويساوي حجم المائع المزاح وحدته m^3 ؛

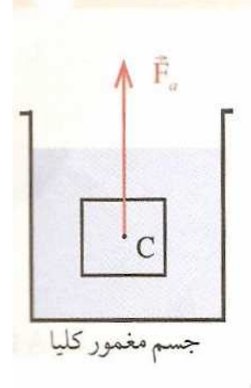
g : شدة الثقالة وحدتها $N.kg^{-1}$.



نفاخة في الهواء



جسم مغمور جزئيا

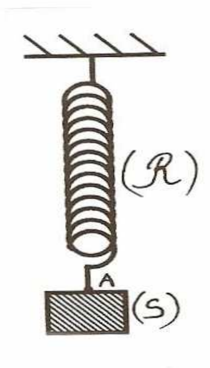


جسم مغمور كليا

تمثيل دافعة أرخميدس

4-تطبيقات

تطبيق-1



نعلق جسماً صلباً (S) كتلته $m = 400g$ بطرف نابض R ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته K (انظر الشكل جانبه) .

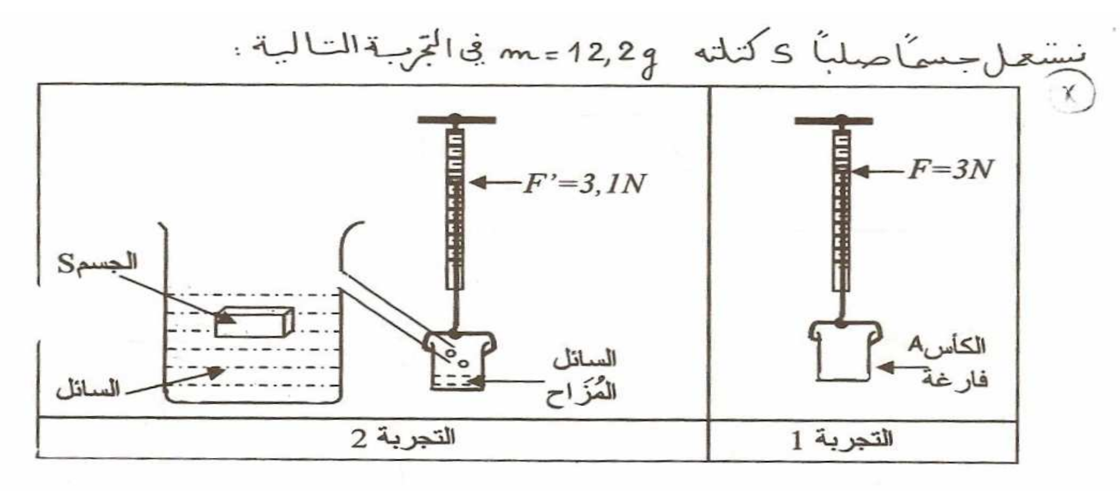
1- أدرس توازن (S)، وأحسب T شدة توتر النابض القوة التي يطبقها هذا الأخير على (S). نعطي : $g = 10N/Kg$.

2 - استنتج صلابة النابض K علماً أن إطالته هي : $\Delta l = 8cm$

3 - إذا علمت أن الإطالة القصوى للنابض هي $12\ cm$ ، ماهي الكتلة القصوى للجسم الذي يمكن أن نعلقه بطرف النابض دون إتلافه .

تطبيق-2

نستعمل جسماً صلباً S كتلته $m = 12,2 g$ في التجربة التالية :



عند إدخال الجسم S في الإناء، فإنه يزيح $V = 1,6 cm^3$ من السائل نحو الكأس A

نعطي : $g = 10 N.kg^{-1}$.

1- حدد شدة دافعة أرخميدس المطبقة على الجسم S من قبل السائل .

2- أذكر العوامل المؤثرة على شدة دافعة أرخميدس .

3- أحسب كتلة السائل الحجمية ρ' .

4- أحسب ρ كتلة الجسم S الحجمية .

الحل

تطبيق-1

1- دراسة توازن (S)

* المجموعة المدروسة: الجسم (S) ؛

* جرد القوى : تخضع (S) لقوتين :

** وزنه $(G, \vec{P})$.

** توتر النابض $(A, \vec{T})$

* (S) في توازن تحت تأثير القوتين :

لدينا، حسب شرط التوازن : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

أي أن : $\vec{T} = -\vec{P}$

ومنه : $T = P$

مع : $P = mg \Rightarrow P = 0,40 \times 10 = 4,0 N$

وبالتالي : $T = 4,0 N$

2- صلابة النابض k :

لدينا $T = k.\Delta l \Rightarrow k = \frac{T}{\Delta l}$

ت ع : $k = \frac{4,0}{8.10^{-2}} = 50 N.m^{-1}$

3- الكتلة القصوى للجسم (S):

إذا كانت الإطالة القصوى للنابض هي : $\Delta l = 12 cm$، فإن شدة توتر النابض هي : $T = k.\Delta l = 50.12.10^{-2}$

$T = 6,0 N$

نعلم حسب شرط التوازن أن : $T = P$

إذن : $P = 6N$ و $P = mg \Rightarrow m = \frac{P}{g}$

إذن، فالكتلة القصوى هي :

$m = \frac{6}{10} = 0,60 kg \Rightarrow m = 600 g$

إذا تجاوزت كتلة الجسم (S) القيمة 600g ، فإتلاف النابض سيكون حتمياً .

تطبيق-2

1- شدة دافعة أرخميدس :

تساوي شدة دافعة أرخميدس وزن السائل المزاح : $F_1 = F' - F$

$F_1 = 3,1 - 3 = 0,1\,N$

2- العوامل المؤثرة على شدة دافعة أرخميدس :

هناك عاملان أساسيان وهما:

- حجم الجسم المغموس .
- طبيعة السائل .

3- حساب ρ' :

نعلم أن : $\rho' = \frac{m'}{V}$

مع : m' كتلة السائل و V حجمه :

$V = 1,6\,cm^3 = 1,6.10^{-6}\,m^3$

بما أن شدة دافعة أرخميدس تساوي وزن السائل : $F_1 = P_1' = m'g$

ومنه: $m' = \frac{F_1}{g}$

وبالتالي: $\rho' = \frac{F_1}{V.g}$

$\rho' = \frac{0,1}{1,6.10^{-6}\times 10} = 6,25.10^3\,kg/m^3$

$\rho' = 6,3\,g/cm^3$

4- حساب ρ :

بما أن الجسم مغموس كليا في الماء، فإن حجمه يساوي حجم السائل المزاح،

إذن: $V = 1,6\,cm^3$.

لدينا كتلة الجسم : $m = 12,2\,g$

وعليه فإن: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{12,2}{1,6}$

$\rho = 7,6\,g/cm^3$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

سلسلة تمارين توازن جسم صلب تحت تأثير قوتين

تمرين-1

- يمثل الشكل جانبه جسماً صلباً كتلته $m = 1,0\ Kg$
في توازن فوق مستوى مائل بالنسبة للمستوى الأفقي.
نعطي: $g = 10\ N/Kg$.

1- أجرد القوى المطبقة على الجسم (S).

2- باعتبار أن المجموعة المدروسة هي {S + المستوى المائل}؛ صنّف القوى المذكورة في السؤال السابق إلى قوى خارجية وقوى داخلية.

3- عيّن مميزات القوة $\vec{R}$ التي يطبقها المستوى المائل على (S).

4- مثّل بالسلم: $2,5N \longrightarrow 1cm$ القوى المطبقة على (S)

5- بيّن أن التماس بين (S) والمستوى المائل يتم باحتكاك.

6- صف ما يحدث للجسم (S) عندما نقوم بصقل المستوى المائل.

تمرين-2

نعتبر جسمين كرويين S_1 و S_2 كتلتهما على التوالي $M_1=10kg$ و $M_2=5kg$ معلقين بخيطين f_1 و f_2 ، كما في الشكل جانبه .

1 – اجرد القوى المطبقة على الكرة S_1

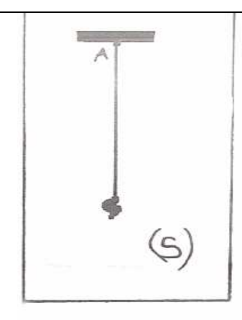
2 – اجرد القوى المطبقة على الكرة S_2

3 – اجرد القوى المطبقة على المجموعة $\{S_1 ، S_2\}$

3 – باستعمال شرطي التوازن لجسم خاضع لقوتين ومبدأ التأثيرات المتبادلة أستنتج شدة جميع القوى المطبقة على S_1 و S_2

نعطي $g=10N/kg$

تمرين-3



1- يمثل الشكل جانبه جسماً صلباً (S) كتلته $m = 0,50\ Kg$ معلقاً في توازن بالطرف الحر من خيط ذي كتلة مهملة وغير قابل للامتداد.
اجرد القوى المطبقة على (S).

2- عيّن مميزات توتر الخيط $\vec{T}$، القوة التي يطبقها الخيط على الجسم (S).

3- مثّل، على الشكل، القوى المطبقة على (S) بالسلم $2N \longrightarrow 1cm$.

تمرين-4

عندما نعلق بالطرف الحر لنابض $\mathcal{R}$ لفاته غير متصلة وكتلته مهملة جسم $\mathcal{S}$ كتلته $m_1=20kg$

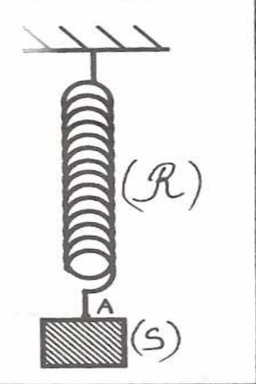
يكون طوله $\ell=11cm$ و عندما نعلق جسم $\mathcal{S}'$ كتلته $m'=60kg$ يصبح طوله $\ell=17cm$.

1 ـ أحسب الطول الأصلي للنابض ℓ_0 وصلابته K .

2 ـ أجرد القوى المطبقة على الجسم S

3 ـ أجرد القوى المطبقة على النابض $\mathcal{R}$

تمرين-5



نعلق جسماً صلباً (S) كتلته $m = 400g$ بطرف نابض $\mathcal{R}$ ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته K (انظر الشكل جانبه) .

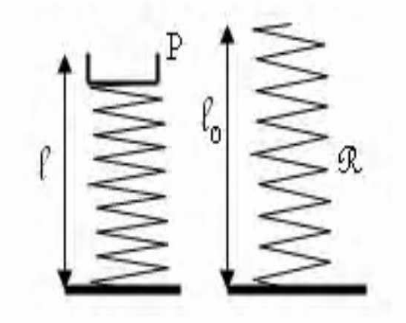
1 ـ أدرس توازن (S)، وأحسب T شدة توتر النابض القوة التي يطبقها هذا الأخير على (S) . نعطي : $g = 10N/Kg$.

2 ـ استنتج صلابة النابض K علماً أن إطالته هي: $\Delta\ell = 8cm$

3 ـ إذا علمت أن الإطالة القصوى للنابض هي $12\ cm$ ، ماهي الكتلة القصوى للجسم الذي يمكن أن نعلقه بطرف النابض دون إتلافه .

تمرين-6

نعتبر نابض R ذي لفات غير متصلة مثبت على مستوى أفقي كما في الشكل جانبه . طوله الأصلي ℓ_0 وصلابته $K=20N/m$. نثبت كفة P كتلتها $m_0=100g$ على الطرف الحر للنابض فيضغط ويصبح طوله النهائي $\ell=15cm$.



1 ـ اجرد القوى المطبقة على الكفة P

2 ـ أحسب شدة توتر النابض واستنتج القيمة التي انضغط بها النابض $\Delta\ell_0$

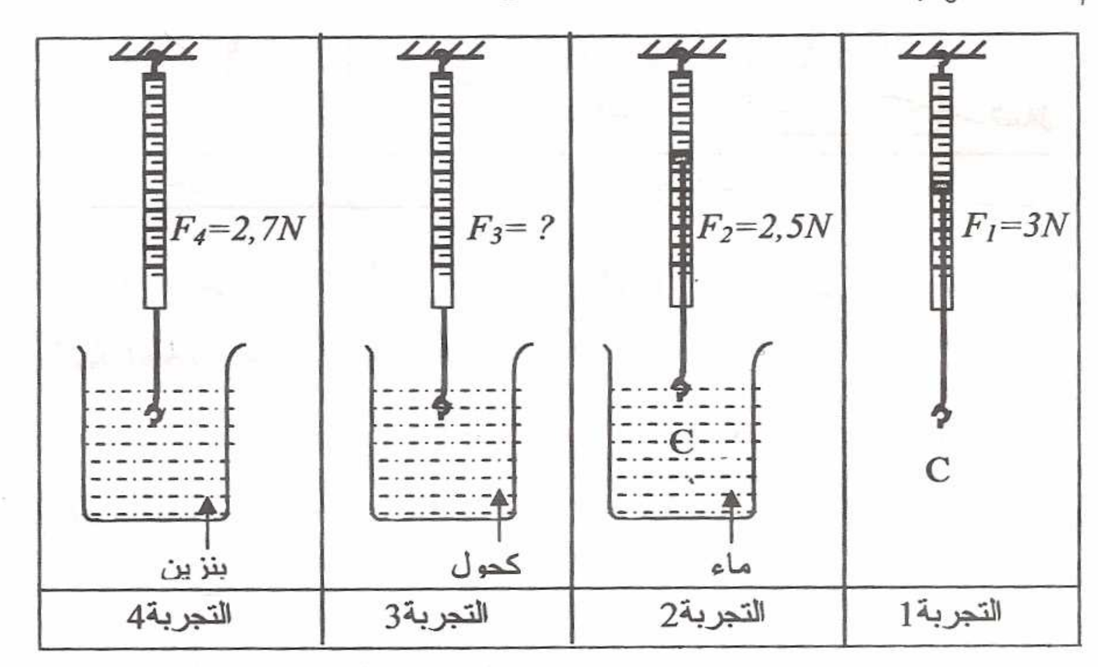
3 ـ أحسب الطول الأصلي ℓ_0 للنابض

4 ـ مثل القوى المطبقة على الكفة باختيار سلم ملائم . نعطي $g=10N/kg$

WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

تمرين-7

نقوم بالتجارب الموضحة في الأشكال أسفله :



1- أحسب شدة دافعة أرخميدس التي يطبقها الماء على الجسم (C)، ثم مثلها مستعملا السلم : $1cm \rightarrow 1N$.

2- ماهو حجم الجسم (C) ؟

3- أحسب شدة دافعة أرخميدس التي يسلطها الكحول على الجسم (C) .

4- أحسب الكتلة الحجمية للبنزين .

5- ماهي إشارة الدينامومتر عندما يكون الجسم (C) مغمورا في الكحول .

نعطي: الكتلة الحجمية للماء : $\rho_1 = 1g/cm^3$ وكتلة الكحول الحجمية : $\rho_2 = 0,8\,g/cm^3$

تمرين-8

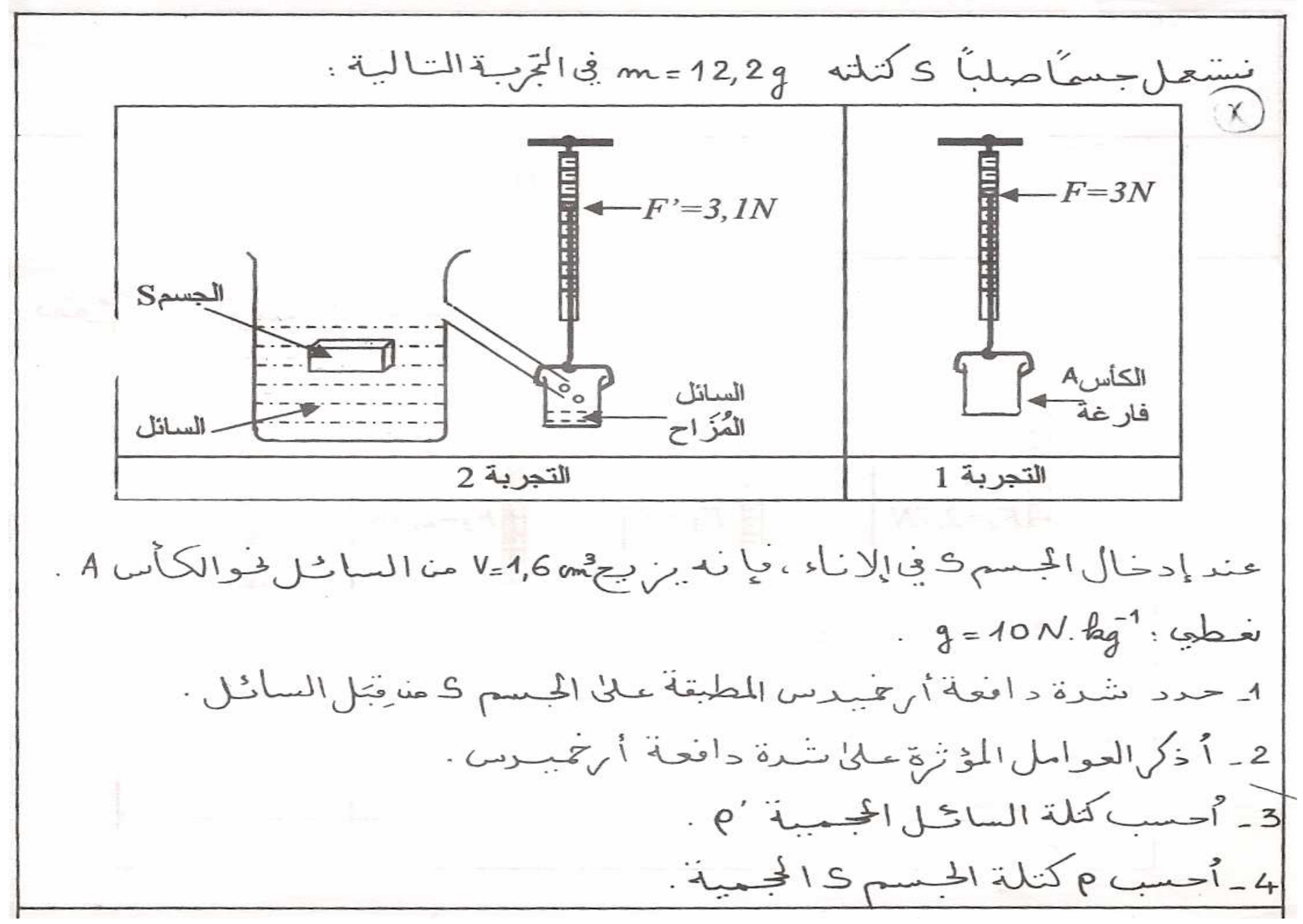
كرة من حديد تطفو على الزئبق . حجمها $V=200cm^3$. الكتلة الحجمية للحديد $\rho_{fer} = 7,8g/cm^3$

1 ـ احسب الحجم المغمور في الزئبق من الكرة

2 ـ نصب الماء على الزئبق على أساس أن تغمر الكرة كليا . أحسب الحجمين المغمورين في الزئبق والماء . نعطي $\rho_{Hg} = 13,6g/cm^3$

MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

تمرين-9



نستعمل جسماً صلباً S كتلته $m=12,2g$ في التجربة التالية :

عند إدخال الجسم S في الإناء، فإنه يزيح $V=1,6\,cm^3$ من السائل نحو الكأس A .

نعطي : $g=10\,N.kg^{-1}$.

1- حدد شدة دافعة أرخميدس المطبقة على الجسم S من قِبَل السائل .

2- أذكر العوامل المؤثرة على شدة دافعة أرخميدس .

3- أحسب كتلة السائل الحجمية ρ' .

4- أحسب ρ كتلة الجسم S الحجمية .

تمرين-10

نعتبر حلقة A قطرها $d=1cm$ وكتلتها مهملة ، في توازن تحت تأثير نابضين R_1 و R_2 مشدودين على التوالي ب O_1 و O_2 بحيث $O_1O_2=30cm$. للنابضين R_1 و R_2 نفس الطول الأصلي $\ell_0 = 10cm$ وصلابتهما $k_1=10N/m$ و $k_2=12,5N/m$.

1 ـ أجرد القوى المطبقة على الحلقة

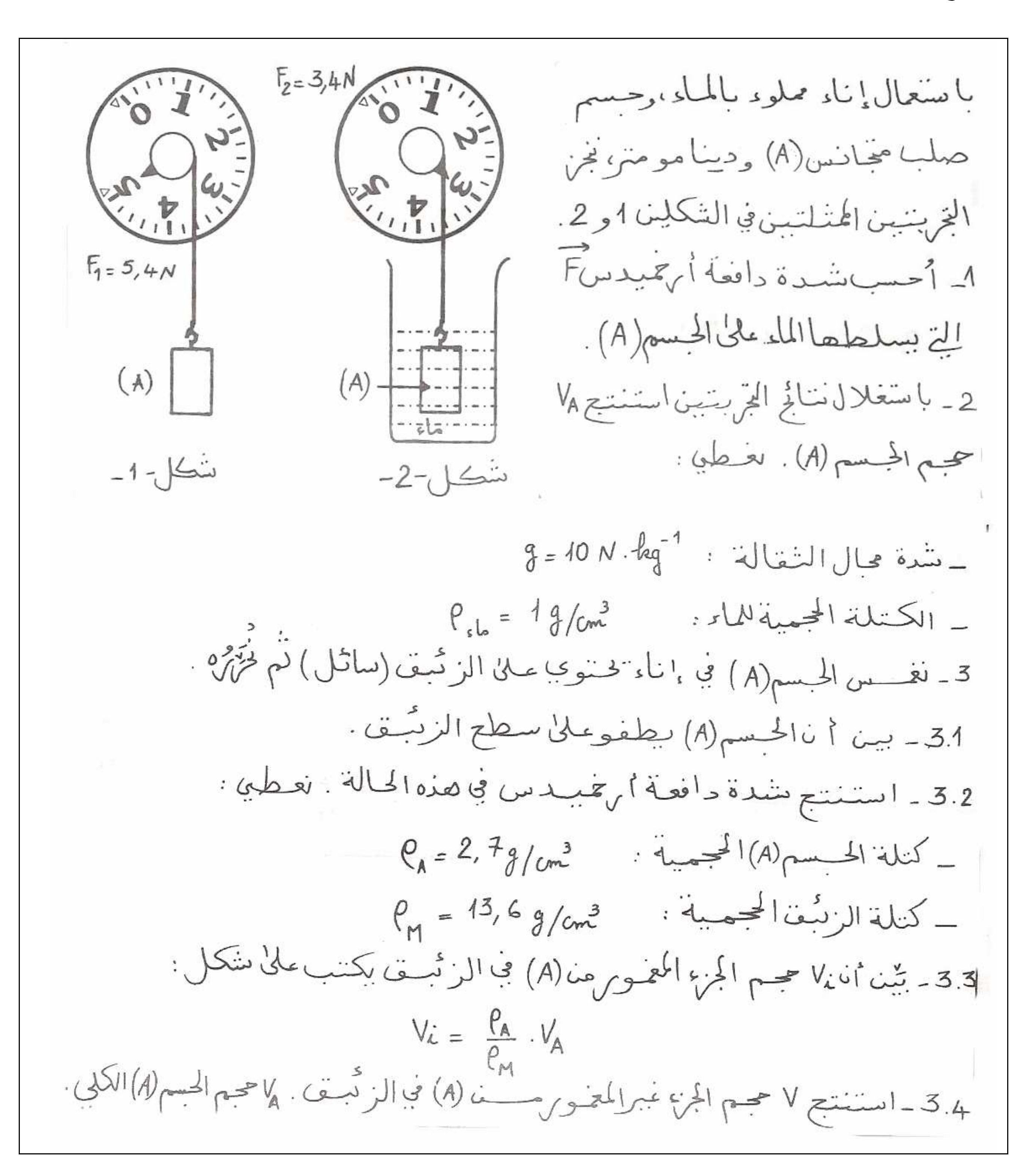
2 - أوجد العلاقة بين $\Delta\ell_1$ و $\Delta\ell_2$ إطالتي النابضين R_1 و R_2 وصلابتهما k_1 و k_2

3 ـ أحسب قيمتي $\Delta\ell_1$ و $\Delta\ell_2$.

R_1 A R_2 O_1 O_2

WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

تمرين-11



باستعمال إناء مملوء بالماء، وجسم صلب متجانس (A) ودينامومتر، نجز التجربتين الممثلتين في الشكلين 1 و 2.

1- أحسب شدة دافعة أرخميدس $\vec{F}$ التي يسلطها الماء على الجسم (A).

2- باستغلال نتائج التجربتين استنتج V_A حجم الجسم (A). نعطي:

- شدة مجال الثقالة: $g = 10 N.kg^{-1}$
- الكتلة الحجمية للماء: $\rho_{ماء} = 1 g/cm^3$

3- نغمس الجسم (A) في إناء تحتوي على الزئبق (سائل) ثم نحرره.

3.1- بين أن الجسم (A) يطفو على سطح الزئبق.

3.2- استنتج شدة دافعة أرخميدس في هذه الحالة. نعطي:

- كتلة الجسم (A) الحجمية: $\rho_A = 2,7 g/cm^3$
- كتلة الزئبق الحجمية: $\rho_M = 13,6 g/cm^3$

3.3- بيّن أن V_i حجم الجزء المغمور من (A) في الزئبق يكتب على شكل:

$$V_i = \frac{\rho_A}{\rho_M} . V_A$$

3.4- استنتج V حجم الجزء غير المغمور من (A) في الزئبق. V_A حجم الجسم (A) الكلي.

تمرين-12

نعلق جسما صلبا S كتلته الحجمية $\rho = 1,6 g / cm^3$ ، بواسطة دينامومترا فيشير إلى القيمة 3N . عند غمر الجسم S كليا في سائل L يشير الدينامومتر إلى القيمة 1,5N . نعطي شدة الثقالة g=10N/kg .

1 – عين شدة وزن الجسم S

2 – استنتج كتلة الجسم S ، ثم احسب الحجم V للجسم

3 – اجرد القوى المطبقة على الجسم S عند غمره كليا في السائل .

4 – حدد F شدة دافعة أرخميدس المطبقة على الجسم S من طرف السائل L .

5 – أوجد قيمة الكتلة الحجمية ρ' للسائل L ، ثم تعرف عليه انطلاقا من الجدول التالي :

السائل	الكحول	الزيت	الماء الخالص	الماء المالح
ρ' (g/cm^3)	0.8	0.9	1	1.1

تمرين-13

F1=5,4N
ماء
التجربة1
F2=6,0N
التجربة2
F3=6,6N
التجربة3
F4=6,3N
التجربة4

نجز التجارب الممثلة في الشكل جانبه باستعمال سوائل مختلفة ودينامومتر ونفس الجسم (C) شدة وزنه P=10 N .

1- أحسب شدة دافعة أرخميدس F_1 و F_2 و F_3 و F_4 بالتتابع في التجارب (1) و(2) و (3) و (4) .

2- علماً أن السوائل المستعملة هي الماء والزيت والكحول والماء المالح، وأن كتل السوائل المزاحة مرتبة كما يلي:

m(كحول) < m(زيت) < m(ماء) < m(ماء مالح) .

عين، معللاً جوابك، السائل المستعمل في التجربة (2) .

3- بيّن أن الكتلة الحجمية ρ_4 للسائل المستعمل في التجربة (4) تكتب على الشكل التالي: $\rho_4 = \rho_1 \cdot \frac{F_4}{F_1}$ حيث ρ_1 الكتلة الحجمية للماء .

تمرين-14

يطفو إناء من الألومينيوم كتلته m=100g على سطح الماء كما مبين في الشكل أسفله :

إناء من الألمنيوم

الماء

1 ـ أحسب شدة دافعة أرخميدس F المسلطة من طرف الماء على الإناء .

2 ـ استنتج تعبير الحجم V للجزء المغمور من الإناء بدلالة m و ρ_0 الكتلة الحجمية للماء .

3 ـ أحسب V

4 ـ نفرغ في الإناء سائلا حجمه $v=10cm^3$ وكتلته الحجمية ρ ، علما أن شدة دافعة أرخميدس المسلطة من طرف الماء على المجموعة {إناء +سائل} هي : F'=1,16N .

4 ـ 1 أوجد الكتلة الحجمية ρ للسائل بدلالة F' و m و g و v .

4 ـ 2 أحسب ρ

نعطي g=10N/kg

WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

حلول سلسلة تمارين توازن جسم صلب تحت تاثير قوتين

تمرين-1

1- جرد القوى المطبقة على (S)

تخضع (S) لـ :

* وزنه $(G,\vec{P})$ القوة التي تطبقها الأرض عليه.

* القوة $\vec{R}$ التي يطبقها عليه المستوى المائل

2- تصنيف القوى :

إذا كانت المجموعة المدروسة هي : {S + المستوى المائل}، فإن :
$(G,\vec{P})$ وزن الجسم (S) قوة خارجية لأن الذي طبقها هو جسم خارج عن المجموعة وهو الأرض.

القوة $\vec{R}$: تعتبر قوة داخلية لأن الذي طبقها جزء من المجموعة وهو المستوى المائل على جزء آخر من المجموعة وهو الجسم (S).

3- مميزات القوة $\vec{R}$:

(S) في توازن تحت تأثير قوتين هما : $\vec{P}$ و $\vec{R}$ ، وحسب شرط التوازن :

$$\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$$

إذن : $\vec{R}=-\vec{P}$

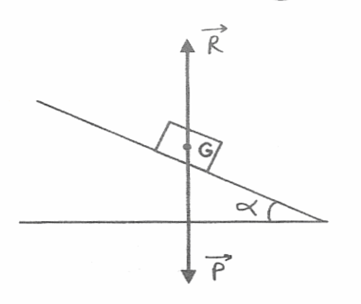
وعليه تكون مميزات $\vec{R}$ هي :

* نقطة التأثير : نقطة من نقط تماس (S) والمستوى المائل.
* الاتجاه : رأسي وهو نفس اتجاه الوزن $\vec{P}$.
* المنحى : نحو الأعلى (عكس منحى $\vec{P}$).
* الشدة : $R=P$ ، مع $P=mg$

$P=1,0\times10=10N$

$\Rightarrow R=10N$.

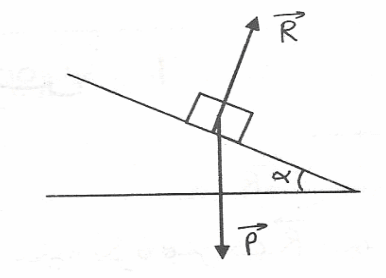
4- تمثيل القوى :



5- طبيعة التماس :

بما أن اتجاه $\vec{R}$ ليس عموديا على سطح التماس بين الجسم (S) والمستوى المائل، فإن التماس بينهما يتم باحتكاك

6- اختلال التوازن :



عند صقل المستوى المائل، تصبح الاحتكاكات مهملة، إذن، فيكون اتجاه $\vec{R}$ عموديا على المستوى المائل، (انظر الشكل جانبه)؛ وبالتالي فإن $\vec{P}$ و $\vec{R}$ ليس لهما نفس الاتجاه ولا يكون منحياهما متعاكسين، وهذا إخلال بشرط التوازن.

وعليه، فإن (S) لا يمكن أن يكون في حالة توازن، بل سينزلق نحو أسفل المستوى المائل.

تمرين-2

1 ــ جرد القوى المطبقة على S_1 : $\vec{P}_1$ و $\vec{T}_1$ و $\vec{T'}_2$

2 ــ جرد القوى المطبقة على S_2 : $\vec{P}_2$ و $\vec{T}_2$

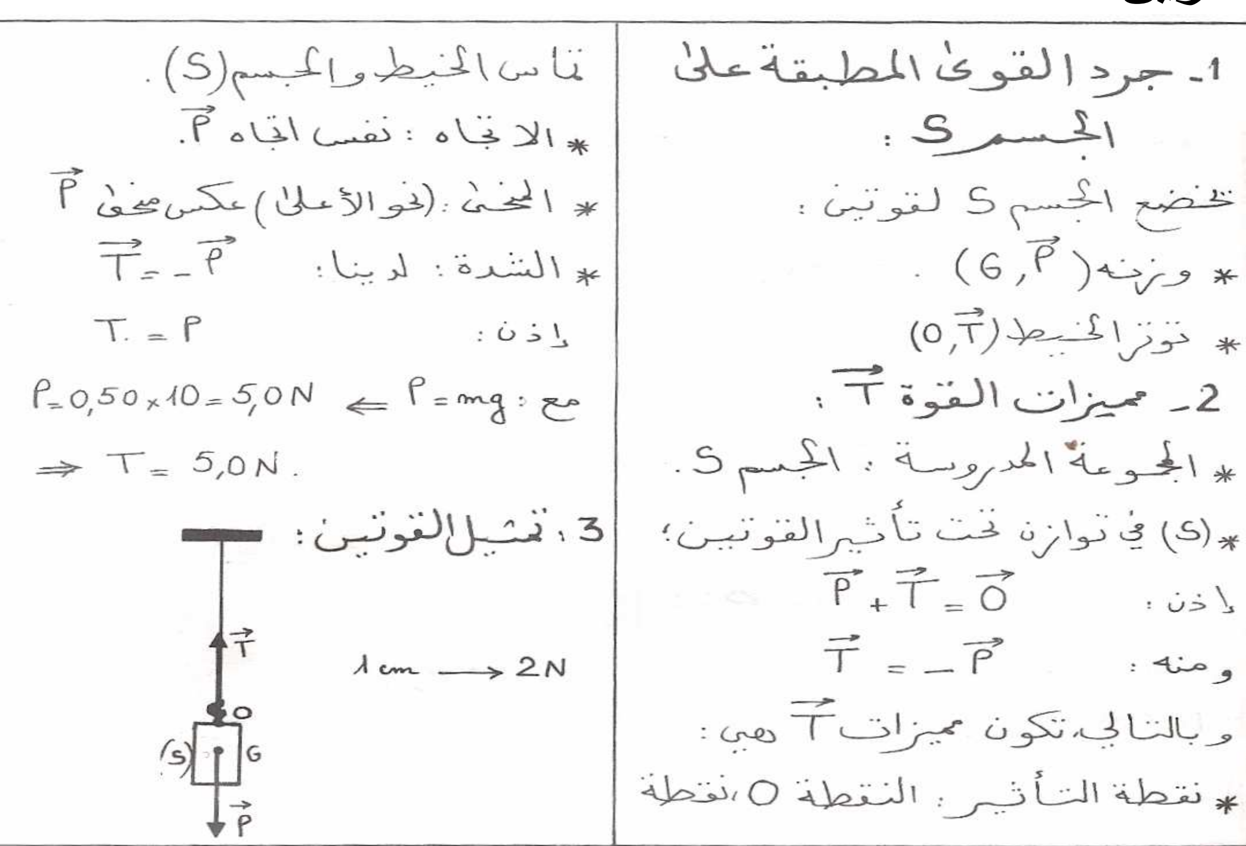
3 ــ جرد القوى المطبقة على المجموعة $\{S_2 ، S_1\}$: $\vec{P}=\vec{P}_1+\vec{P}_2$ و $\vec{T}_1$ و $\vec{T'}_2$ و $\vec{T}_2$

4 ــ نصنف القوى المطبقة على المجموعة $\{S_2 ، S_1\}$ إلى قوى داخلية وخارجية يتبين أن $\vec{T'}_2$ و $\vec{T}_2$ قوى داخلية وحسب مبدأ التأثيرات المتبادلة $\vec{T}'_2+\vec{T}_2=\vec{0}$ أي أن $T'_2=T_2$

الجسم S_2 في توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}_2$ و $\vec{T}_2$ حسب شرطي التوازن $\vec{T}_2+\vec{P}_2=\vec{0}$ أي أن $T_2=P_2=M_2.g=50N$

الجسم S_1 في توازن تحت تأثير ثلاث قوى لهما نفس خط التأثير ومنحى $\vec{P}_1$ $\vec{T'}_2$ معاكس لمنحى $\vec{T}_1$ أي أن $P_1+T'_2=T_1$ نحسب $P_1=M_1.g=100N$ و $T'_2=T_2=50N$ نستنتج $T_1=150N$

تمرين-3


1ـ جرد القوى المطبقة على الجسم S :

تخضع الجسم S لقوتين :

* وزنه $(G,\vec{P})$.
* توتر الخيط $(O,\vec{T})$

2ـ مميزات القوة $\vec{T}$:

* المجموعة المدروسة : الجسم S .
* (S) في توازن تحت تأثير القوتين؛

إذن : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$

ومنه : $\vec{T}=-\vec{P}$

وبالتالي، تكون مميزات $\vec{T}$ هي :

* نقطة التأثير : النقطة O، نقطة تماس الخيط والجسم (S).
* الاتجاه : نفس اتجاه $\vec{P}$.
* المنحى : (نحو الأعلى) عكس منحى $\vec{P}$
* الشدة : لدينا : $\vec{T}=-\vec{P}$

إذن : $T=P$

مع : $P=mg \Leftarrow P=0,50\times10=5,0N$

$\Rightarrow T=5,0N$.

3، تمثيل القوتين :

www.moustakim.c.la
Moustamani@hotmail.com

تمرين-4

1 ـــ حساب الطول الأصلي للنابض $\mathcal{R}$

بما أن الجسم في حالة توازن وخاضع لقوتين $\vec{T}$ و $\vec{P}$. تطبق شرطي التوازن

$$\vec{P}+\vec{T}=\vec{0} \Leftrightarrow P=T$$

في الحالة الأولى : $m_1 g = K(\ell_1-\ell_0)$ (1)

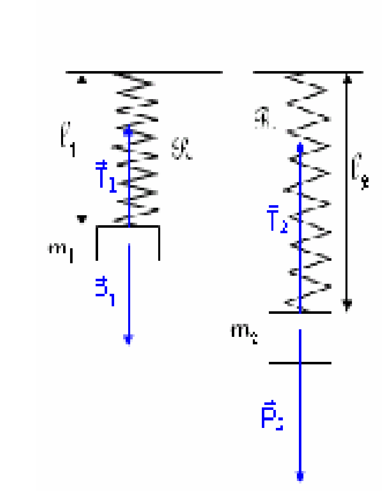
في الحالة الثانية : $m_2 g = K(\ell_2-\ell_0)$ (2)

$$\ell_0 = \frac{m_2\ell_1 - m_1\ell_2}{m_2-m_1} \leftrightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{\ell_1-\ell_0}{\ell_2-\ell_0} \leftrightarrow (1)/(2)$$

تطبيق عددي : $\ell_0 = 8cm$

2 ـــ القوى المطبقة على الجسم S هي : $\vec{T}$ و $\vec{P}$.

3 ألقوى المطبقة على النابض $\mathcal{R}$ هي : $\vec{F}_1$ القوة المطبقة من طرف الجسم S على النابض . و $\vec{F}_2$ القوة المطبقة من طرف الحامل على النابض .



تمرين-5

1- دراسة توازن (S) :

* المجموعة المدروسة: الجسم (S) ؛

* جرد القوى : تخضع (S) لقوتين :

** وزنه $(G, \vec{P})$.

** توتر النابض $(A, \vec{T})$

* (S) في توازن تحت تأثير القوتين :

لدينا، حسب شرط التوازن : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$

أي أن : $\vec{T} = -\vec{P}$

ومنه : $T = P$

مع : $P = mg \Rightarrow P = 0,40 \times 10 = 4,0N$

وبالتالي : $T = 4,0\ N$

2- صلابة النابض k :

لدينا $T = k.\Delta\ell \Rightarrow k = \frac{T}{\Delta\ell}$

ت.ع : $k = \frac{4,0}{8.10^{-2}} = 50\ N.m^{-1}$

3- الكتلة القصوى للجسم (S) :

إذا كانت الإطالة القصوى للنابض هي : $\Delta\ell = 12cm$ ، فإن شدة توتر النابض هي : $T = k.\Delta\ell = 50.12.10^{-2}$

$T = 6,0N$

ونعلم حسب شرط التوازن أن : $T=P$

إذن : $P = 6N$ و $P = mg \Leftarrow m = \frac{P}{g}$

إذن، فالكتلة القصوى هي :

$m = \frac{6}{10} = 0,60\ kg \Rightarrow m = 600g$

إذا تجاوزت كتلة الجسم (S) القيمة 600g ، فإتلاف النابض سيكون حتميًّا .

تمرين-6

www.moustakim.c.la
Moustamani@hotmail.com

1 ــ القوى المطبقة على الكفة :

$\vec{F}$ و $\vec{P}$

2 ــ حساب شدة توتر النابض

بما ان الكفة في حالة توازن فإن $\vec{P}+\vec{F}=\vec{0}$ أي أن P=F=m.g

تطبيق عددي F=1N

ونستنتج القيمة التي انضغط بها النابض وهي $F=K|\Delta\ell_0|$ أي أن $|\Delta\ell_0|=\frac{F}{K}$

تطبيق عددي $|\Delta\ell_0|=5cm$

3 ــ الطول الأصلي ℓ_0

نعلم أن $|\Delta\ell_0|=|\ell-\ell_0|$ يعني أن $\ell_0=\ell+\Delta\ell_0$

تطبيق عددي $\ell_0=25cm$

4 ــ نختار السلم $1cm \leftrightarrow 0,5N$

تمرين-7

1- حساب شدة دافعة أرخميدس :

في التجربة -1- نستنتج أن وزن الجسم هو $P=3N$.

في التجربة -2- يشير الدينامومتر إلى $F_2=2,5N$ ؛

إذن، شدة دافعة أرخميدس هي :

$F'_2=P-F_2 \Rightarrow F'_2=3-2,5=0,50\,N$.

2- حجم الجسم :

نكتب شدة دافعة أرخميدس :

$F=\rho_1 . V . g$

مع : $\rho_1=1g/cm^3=10^3kg/m^3$ و V حجم الجسم (لأنه مغمور كليا في الماء)

إذن : $V=\frac{F'_2}{\rho_1 . g}$

$V=\frac{0,50}{1000\times 10}=5,0.10^{-5}m^3$

$V=50\,cm^3$.

3- دافعة أرخميدس التي يطبقها الكحول :

لدينا : $F'_3=\rho_2 . V . g$

$F'_3=0,8.10^3\times 5,0.10^{-5}\times 10$

$F'_3=0,4\,N$.

4- الكتلة الحجمية للبنزين :

لنحسب شدة دافعة أرخميدس التي يطبقها البنزين على الجسم (C) :

$F'_4=P-F_4 \Rightarrow F'_4=0,3N$.

ومن جهة أخرى، نعلم أن :

$F'_4=\rho_3 . V . g \Rightarrow \rho_3=\frac{F'_4}{V . g}$

$\rho_3=\frac{0,3}{5.10^{-5}\times 10}=600\,kg/m^3$.

$\rho=0,6\,g/cm^3$

5- إشارة الدينامومتر :

لدينا : $F'_3=P-F_3$

إذن : $F_3=P-F'_3$

$F_3=3-0,4$

$F_3=2,6\,N$

يشير الدينامومتر إلى الشدة :

$F_3=2,6\,N$.

تمرين-8

عندما تطفو الكرة من الحديد على الزئبق فإنها في حالة توازن تحت تأثير وزن الكرة الحديدية $\vec{P}$ ودافعة أرخميدس $\vec{F}$ وحسب شرطي التوازن فإن $P=F$ يعني أن

$$V.\rho_{fer}.g = v.\rho_{Hg}.g$$

$$v = V\frac{\rho_{Fe}}{\rho_{Hg}}$$

تطبيق العددي : $v = 114,6cm^3$

2 ــ مجموع شدة دافعة أرخميدس المطبقة من طرف الماء وشدة دافعة أرخميدس المطبقة من طرف الزئبق تساوي وزن الكرة حسب شرطي توازن الكرة في الخليط و كذلك أن الحجم الكلي للكرة يساوي مجموع الحجم المغمور في الماء والحجم المغمور في الزئبق ونترجم هذا بواسطة الجملة التالية :

v_1 الحجم من الكرة المغمور في الزئبق

v_2 الحجم من الكرة المغمور في الماء

$$\begin{cases} v_1+v_2=V \\ \rho_{Hg}.g.v_1+\rho_{eau}.g.v_2=V.\rho_{Fe}.g \end{cases}$$

تطبيق عددي نتوصل إلى العلاقات التالية

$$\begin{matrix} v_1+v_2=200 \\ 13,6v_1+v_2=7,8.200 \end{matrix}$$

تطبيق عددي : $v_1 = 108cm^3$ و $v_2 = 92cm^3$

تمرين-9

1ــ شدة دافعة أرخميدس :

تساوي شدة دافعة أرخميدس وزن السائل المزاح :

$F_1 = F' - F$

$F_1 = 3,1 - 3 = 0,1 N$

2 ـ العوامل المؤثرة على شدة دافعة أرخميدس :

هناك عاملان أساسيان وهما:

ـ حجم الجسم المغموس .

ـ طبيعة السائل .

3ـ حساب ρ' :

نعلم أن : $\rho' = \frac{m'}{V}$

مع : m' كتلة السائل و V حجمه :

$V = 1,6 cm^3 = 1,6.10^{-6} m^3$

نعلم أن شدة دافعة أرخميدس تساوي وزن السائل : $F_1 = P_1' = m'g$

ومنه : $m' = \frac{F_1}{g}$

وبالتالي : $\rho' = \frac{F_1}{V.g}$

$\rho' = \frac{0,1}{1,6.10^{-6} \times 10} = 6,25.10^3 kg/m^3$

$\rho' = 6,3 g/cm^3$

4ـ حساب ρ :

بما أن الجسم مغموس كليا في الماء، فإن حجمه يساوي حجم السائل المزاح،

إذن : $V = 1,6 cm^3$.

لدينا كتلة الجسم : $m = 12,2 g$

وعليه فإن : $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{12,2}{1,6}$

$\rho = 7,6 g/cm^3$

تمرين-10

1 ـــ جرد القوى المطبقة على الحلقة

$\vec{F}_1$ توتر النابض R_1

$\vec{F}_2$ توتر النابض R_2

وزن الجسم مهمل لكون أن كتلة الحلقة مهملة .

2 ـــ العلاقة بين $\Delta\ell_1$ و $\Delta\ell_2$

عند التوازن الطول النهائي لكل من R_1 و R_2 هو على التوالي $\ell_1=\ell_0+\Delta\ell_1$ و $\ell_2=\ell_0+\Delta\ell_2$ وبما أن $O_1O_2=\ell_1+\ell_2+d$ فإن $O_1O_2=2\ell_0+\Delta\ell_1+\Delta\ell_2+d$.

تطبيق عددي $\Delta\ell_1+\Delta\ell_2=9cm=0,09m$ (1)

بالنسبة للصلابة فكذلك عند التوازن حسب شرطي التوازن فإن

$F_1=F_2 \Leftrightarrow K_1\Delta\ell_1=K_2\Delta\ell_2$

تطبيق عددي $\frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2}=\frac{K_2}{K_1}=1,25$ (2)

من (2) نستنتج أن $\Delta\ell_1=1,25\Delta\ell_2$ و في (1)

$2,25\Delta\ell_2=0,09 \Leftrightarrow \Delta\ell_2=0,04m$

ومنه $\Delta\ell_1=0,05m$

تمرين-11

1ـ شدة دافعة أرخميدس :

نمثل F_1 وزن الجسم A : $P=F_1=5N$

عندغمر الجسم في الماء، فإن الدينامومتر يشير إلى $F_2=3N$.

إذن، شدة دافعة أرخميدس هي:

$F=P-F_2 \Rightarrow F=2N$.

2ـ حساب V_A :

نعلم أن : $F=\rho\cdot V_A\cdot g$.

مع : $\rho=1g/cm^3=10^{-3}kg/m^3$

إذن : $V_A=\frac{F}{\rho\cdot g} \rightarrow V_A=\frac{2}{10^{-3}\times10}$

$\Rightarrow V_A=200cm^3$

3.1ـ وضع الجسم في السائل :

www.moustakim.c.la
Moustamani@hotmail.com

نلاحظ أن كتلة الزئبق الحجمية أكبر من كتلة الجسم (A) الحجمية، إذن، سيطفو الجسم (A) على سطح السائل (الزئبق).

3.2 ـ شدة دافعة أرخميدس :

عندما يطفو الجسم على سطح السائل، تكون دافعة أرخميدس ووزن الجسم متوازنتين : $F' = P \Rightarrow F' = 5N$

3.3 ـ إثبات علاقة :

لدينا : $F' = P$

مع : $F' = \rho_M \cdot V_i \cdot g$

حيث : V_i الحجم المغموس من الجسم.

$P = mg = \rho_A \cdot V_A \cdot g$.

لأن : $\rho_A = \frac{m}{V_A}$

إذن : $\rho_M \cdot V_i \cdot g = \rho_A \cdot V_A \cdot g$

ومنه : $V_i = \frac{\rho_A \cdot V_A}{\rho_M}$

3.4 ـ الحجم غير المغموس :

لدينا : $V = V_A - V_i$

$V = V_A - \frac{\rho_A}{\rho_M} \cdot V_A$

$V = V_A \left(1 - \frac{\rho_A}{\rho_M}\right)$

تمرين-12 .

1 ــ شدة وزن الجسم S

عندما نعلق الجسم في الدينامومتر الجسم في توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{T}$ بحيث أن $P=T=3N$

2 ــ نستنتج كتلة الجسم بتطبيق العلاقة التالية $P=m.g$ إذن $m = \frac{P}{g} = 0,3kg$

حساب الحجم V للجسم S

نعلم أن $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = 187,5cm^3$

3 ــ القوى المطبقة على الجسم عند غمره كليا في السائل : $\vec{F}$ و $\vec{T'}$ و $\vec{P}$

4 ــ حسب شرطي التوازن عندما يكون الجسم في الهواء $T=P$ (1)

عند غمره كليا في السائل تصبح $T+F=P$ (2)

(1)=(2) نحصل على أن $F=T- T'=1,5N$

5 ــ قيمة الكتلة الحجمية للسائل هي :

بما أن الجسم مغمورا كليا في السائل فإن شدة دافعة أرخميدس هي :

$F = \rho' gV$ بحيث أن V هو حجم الجسم S إذن $\rho' = \frac{F}{g.V} = 0,8g/cm^3$

www.moustakim.c.la
Moustamani@hotmail.com

تمرين-13

1- شدة دافعة أرخميدس الخاصة بكل تجربة:

تساوي شدة دافعة أرخميدس:

$T = P - F$

مع F: إشارة الدينامومتر.

* التجربة 1: $T_1 = 10 - 6 = 4{,}0\,N$
* التجربة 2: $T_2 = 10 - 5{,}4 = 4{,}6\,N$
* التجربة 3: $T_3 = 10 - 6{,}6 = 3{,}4\,N$
* التجربة 4: $T_4 = 10 - 6{,}3 = 3{,}7\,N$

2- السائل المستعمل في التجربة 2:

لشدة دافعة أرخميدس في التجربة 2 أكبر قيمة، إذن فكتلة السائل المزاح في هذه التجربة لها أكبر قيمة هي بدورها، وبالتالي فحسب معطيات التمرين، تكون أكبر كتلة سائل مزاح هي كتلة الماء المالح.

إذن، فالسائل المستعمل في التجربة 2 هو الماء المالح.

3- إثبات علاقة:

لدينا: $F_1 = \rho_1 . V . g$ و $F_4 = \rho_4 . V . g$

مع: V حجم الجسم المغموس كليا.

إذن: $V = \frac{F_1}{\rho_1 . g}$ و $V = \frac{F_4}{\rho_4 . g}$

ومنه: $\frac{F_1}{\rho_1 . g} = \frac{F_4}{\rho_4 . g}$

أي أن: $F_1 . \rho_4 . g = F_4 . \rho_1 . g$

$F_1 . \rho_4 = \rho_1 . F_4$

$\rho_4 = \rho_1 . \frac{F_4}{F_1}$

تمرين-14

1 – حساب شدة دافعة أرخميدس المسلطة من طرف الماء على الإناء : حسب شرطي التوازن P=F=m.g=1N

2 – نستنتج الحجم V المغمور من الإناء في الماء $\boldsymbol{F = \rho_{eau} . g . V \Leftrightarrow V = \frac{m.g}{\rho_0 . g} = \frac{m}{\rho_0}}$ تطبيق عددي

$V = 100 cm^3$

4 – عند احتواء الإناء على السائل ذي الحجم v و الكتلة الحجمية ρ وهو في حالة توازن تحت تأثير قوتين دافعة أرخميدس $\vec{F}'$ ووزن الإناء $\vec{P} = \vec{P}_0 + \vec{P}'$ وحسب شرطي التوازن عندنا

$$F' = mg + \rho g v$$

$$\rho = \frac{F' - m.g}{v.g} 1{,}6 g / cm^3$$

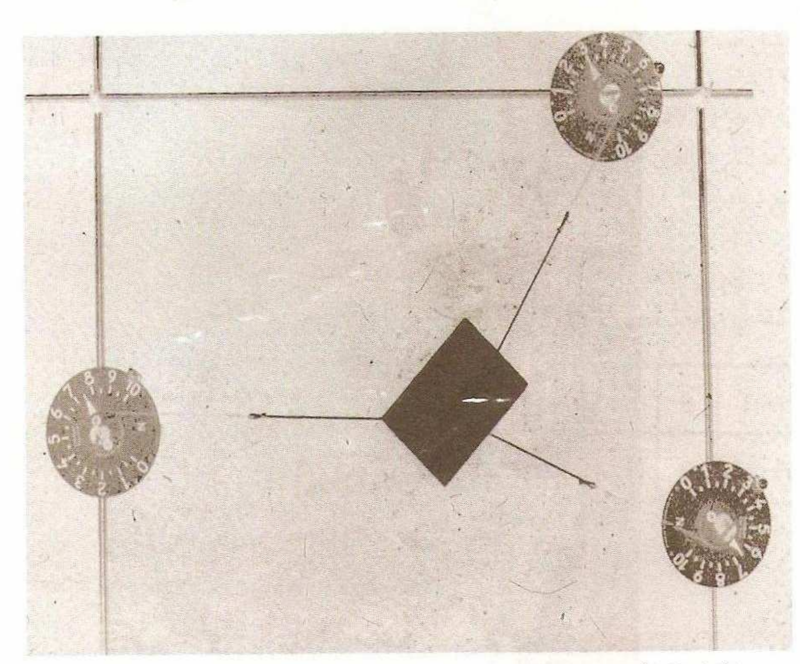
www.moustakim.c.la
Moustamani@hotmail.com

توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية

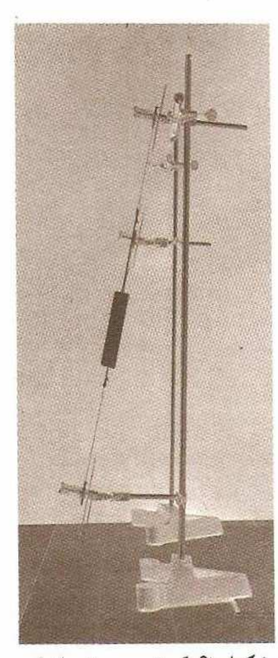
1 الدراسة التجريبية :

1.1 العدة التجريبية :

تُمثل الصور (1.3) العُدَّةَ التجريبيةَ المنجزة لدراسة توازن جسم خفيف جداً كتلته $m \simeq 10\,g$ ، تحت تأثير ثلاثة خيوط مشدودة بدورها إلى ثلاثة دينامومترات.



شكل (1.3.أ) واجهة الصورة



شكل (1.3.ب) صورة جانبية

2.1 ملاحظات :

يوجد الجسم (C) في حالة توازن، ونلاحظ :

1 ـ أن المقاديرَ التي تشير إليها الدينامومترات الثلاثة هي على التوالي 7,5 N و 6,5 N و 3 N (شكل 1.3.أ). وبما أن شدة وزن الجسم (C) هي $P = mg \simeq 0,1\,N$ ، فإننا نَهمِل تأثير الأرض عليه إذا قورن بتأثيرات الخيوط الثلاثة، وبذلك نعتبر الجسم في توازن تحت تأثيرات ثلاثة فقط.

2) أن تأثير القوى المقرونة بتأثيرات الخيوط توجد في نفس المستوى (شكل 1.3.ب) .
نقول إن القوى الثلاث مُستَوائِيةٌ .

3.1 تحليل التجربة

1 - خطوط تأثير القوى الثلاث

نرسم على ورقة أوضاعَ الخيوط الثلاثة، فنلاحظ أن خطوط تأثير القوى المقرونة بتأثيرات هذه الخيوط على الجسم (C) ، تمر بنفس النقطة (شكل 2.3)

نقـول أن هـذه الخطوط مُتَلاقيّة.

(Δ_3) (Δ_1) O (Δ_2)

شكل (2.3)

2 - متجهات القوى الثلاث.

نقـرن على التـوالي بتـأثـيرات الخيوط (f_1) و (f_2) و (f_3) القـوى التي شداتها $F_1 = 7,5\ N$ و $F_2 = 6,5\ N$ و $F_3 = 3\ N$

والمطبقة في النقط A_1 و A_2 و A_3

ونُمثِّلُها بمتجهات القوى $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$

كما نرسم هذه المتجهات بسلم $1\ cm \longrightarrow 1\ N$ (شكل 3.3).

(f_3) $\vec{F}_3$ A_3 (f_1) $\vec{F}_1$ A_1 A_2 $\vec{F}_2$ (f_2)

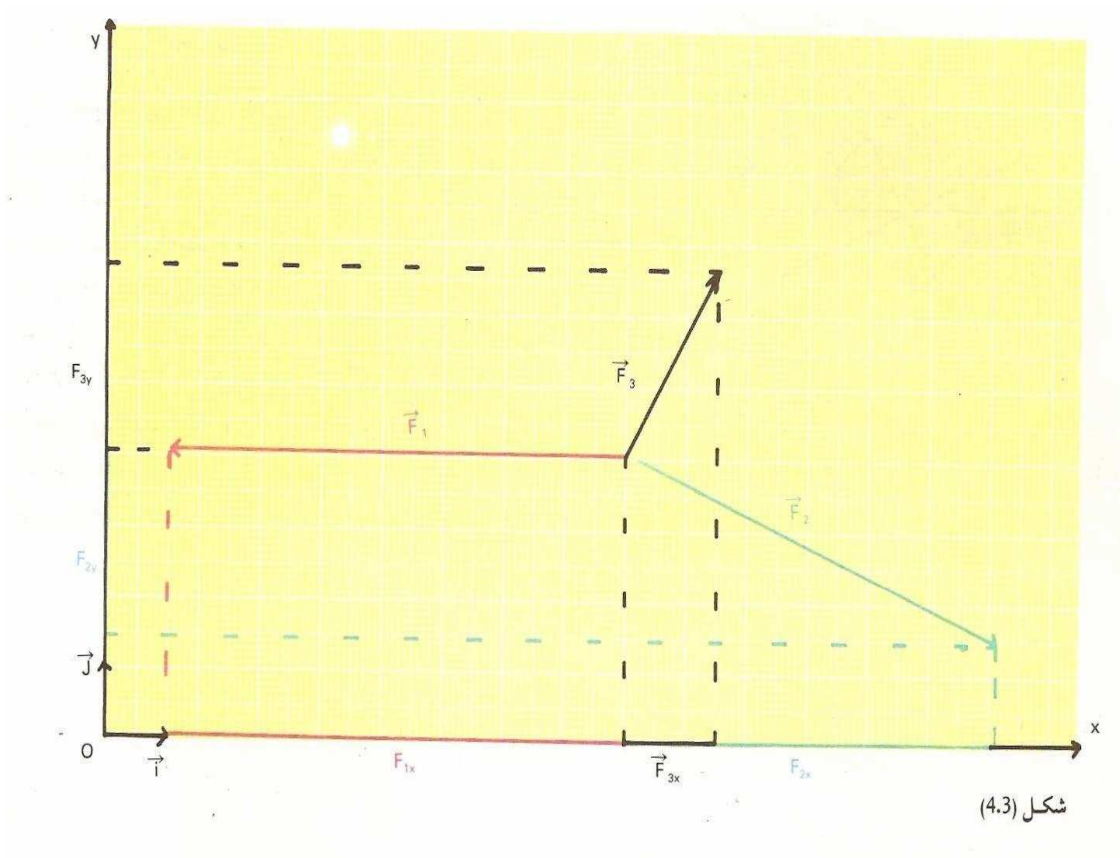
شكل (3.3)

وبما أن الجسم (C) يوجد في توازن تحت تأثيرات الخيوط الثلاثة فإننا نتساءل هل هناك علاقة رياضية بين متجهات القوى $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ ؟

للإجابة عن هذا التساؤل، نتبع طريقتين:

* الطريقة التحليلية

نرسم على الوثيقة (4.3)، حيث أُنشئت متجهات القوى $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ ، مَعْلَماً مُمَنظَماً مُتعامداً $(O, \vec{i}, \vec{j})$ مرتبطاً بالمختبر.



شكـل (4.3)

ويمكننا حينئذ أن نكتب:

$$\vec{F}_1 = F_{1x} \cdot \vec{i} + F_{1y} \cdot \vec{j}$$
$$\vec{F}_2 = F_{2x} \cdot \vec{i} + F_{2y} \cdot \vec{j}$$
$$\vec{F}_3 = F_{3x} \cdot \vec{i} + F_{3y} \cdot \vec{j}$$

حيث F_x هي أُفْصولُ المتجهة $\vec{F}$ في المَعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، و F_y أُرتـوبُهـا في نفس المعلم.

وباعتبار السلم المعتمد نحصل على:

$F_{1x} = -7{,}5$ ، $F_{2x} = +6$ ، $F_{3x} = 1{,}5$

$F_{1y} = 0$ ، $F_{2y} = -2{,}5$ ، $F_{3y} = 2{,}6$

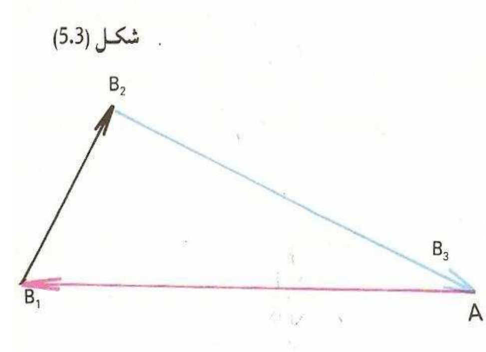
كما نلاحظ أن:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \approx 0$$
$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \approx 0$$

وبالتالي نستنتج العلاقة.

$$\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}}$$

شكـل (5.3)



* الطريقة الهندسية شكل (5.3)

نرسم انطلاقا من نقطة A المتجهات $\vec{AB_1}$ و $\vec{B_1B_2}$ و $\vec{B_2B_3}$ ، حيـث:

$$\overrightarrow{AB_1} = \vec{F_1}$$
$$\overrightarrow{B_1B_2} = \vec{F_2}$$
$$\overrightarrow{B_2B_3} = \vec{F_3}$$

حيث يكون أصل المتجهة الثانية هو طرَفُ المتجهة الأولى (نقطة B_1)، وأصل الثالثة هو طرف الثانية (نقطة B_2).

نسمي الانشاء الهندسي $AB_1B_2B_3$ ، الذي نحصل عليه **الخط المُضَلّعي لمتجهات القوى الثلاث**؛

نلاحظ أن B_3 طرفَ المتجهة الثالثة والأخيرة يطابقُ النقطة A ، أصل المتجهة الأولى، $\overrightarrow{AB_1}$ ، وبذلك يكون الخط المضلعي لمتجهات القوى $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ و $\vec{F_3}$ مغلقاً.الشيء الذي يتكافأ مع :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$$

4.1 النتيجة :

عندما يكون جسم صلب في توازن تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية ، فإن مجموعَ متجهات القوى التي تمثل هذه التأثيرات يكون مجموعاً منعدماً .

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$$

2 شروط التوازن

إن النتائج السابقة تتحقق كلما كانت مجموعة مّا في توازن تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية .

ففي حالة توازن جسم صلب مثلا :

- تكون القوى الثلاث مستوائية،
- تكون خطوط تأثيرها متلاقية .
- يكون مجموع متجهات القوى مجموعاً منعدماً .

ونذكّر بأن هذا الشرط الأخير يتكافأ مع العبارتين التاليتين :

1 ـ مجموع أفاصيل متجهات القوى الثلاث ومجموع أراتيبها ـ في مَعْلم مرتبط بالمختبر ـ مجموعان منعدمان .

2 ـ الخط المضَلّعي لمتجهات القوى الثلاث خط مغلقٌ .

ملحوظة :

إن هذه الشروط ـ كما سبق أن رأينا في حالة توازن جسم تحت تأثير قوتين ـ لازمة لتوازن جسم تحت تأثير ثلاث قوى، لكنها غير كافية .

3- تطبيق-قوة الاحتكاك

نضع على لوحة خشبية قطعة من خشب S كتلتها 300g . نطبق عليها قوة $\vec{F}$ بواسطة دينامومتر بحيث تبقى القطعة S في حالة توازن . يشير الدينامومتر إلى قيمة 3N .

1 ـ اجرد القوى المطبقة على الجسم

2 ـ باستعمال السلم $1N \Leftrightarrow 1cm$ مثل الخط المضلعي للقوى المطبقة على القطعة S .

استنتج مميزات القوة المطبقة من طرف اللوحة الخشبية على القطعة S . وكذلك طبيعة التماس بين الجسم S والسطح .

3 ـ حدد الشدة R_t لقوة الإحتكاك $\vec{R}_t$ (المركبة المماسية للقوة $\vec{R}$) وقارنها بشدة القوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف الدينامومتر .

4 ـ بواسطة الدينامومترنحدد تجريبيا شدة قوة الاحتكاك خلال الحالات الميكانيكية التالية .

F(N)	2,0	3,0	5,0	5,1	5,2
الحالة الميكانيكية	توازن			حركة	

حدد الشدة الحدية لقوة الاحتكاك التي يختل عندها توازن القطعة S .

باستعمال الطريقة المبيانية حدد قيمة زاوية الاحتكاك الساكن φ_0

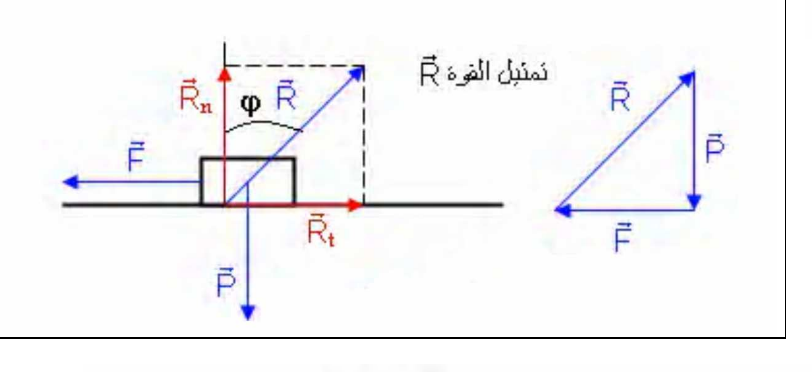
5 ـ ماذا يحدث لشدة القوة $\vec{F}$ إذا غيرنا طبيعة السطح .

الحل

1 ـ جرد القوى المطبقة على S :

$\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $\vec{F}$

تحديد مميزات القوى $\vec{P}$ و $\vec{F}$



المميزات / القـــوى	$\vec{P}$	$\vec{F}$
الاتجاه		
المنحى		
الشدة		

باعتماد الطريقة المبيانية يمكن تحديد مميزات القوة $\vec{R}$ (أنظر التمثيل الهندسي)

استنتاج : اتجاه القوة $\vec{R}$ غير عمودي على السطح أي يكون زاوية مع الخط المنظمي على المستوى الأفقي . هناك احتكاك بين سطح اللوحة الخشبية والقطعة S . تسمى **<u>بزاوية الاحتكاك الساكن</u>**

3 ـ يلاحظ أن $\vec{R}_t$ و $\vec{F}$ لهما نفس الشدة وبالتالي يمكن قراءة شدة قوة الاحتكاك مباشرة على الدينامومتر دون اللجوء إلى الطريقة التحليلية ما لم يختل التوازن .

من خلال التجربة يتبين أن القطعة في توازن ما دامت الشدة F للقوة $\vec{F}$ اصغر من قيمة حدية F_m والتي تحدث حركة القطعة S . ويعزى حفاظ الجسم S على توازنه رغم تزايد شدة القوة $\vec{F}$ إلى خشونة سطحي التماس وإلى طبيعتهما .

تعريف بقوة الاحتكاك

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

المركبة المماسية $\vec{R}_t$ لقوة التماس $\vec{R}$ المطبقة من طرف جسم صلب على آخر هي القوة التي تقاوم الحركة ، وتسمى قوة الاحتكاك ويرمز لها غالبا ب $\vec{f}$.

ج ـ تعريف بزاوية الاحتكاك الساكن

φ_0 تسمى بزاوية الاحتكاك الساكن وهي القيمة الحدية للزاوية φ التي يفقد عندها الجسم توازنه . وهي مقدار فيزيائي يميز التماس بالاحتكاك بين جسمين . وهي تزداد مع ازدياد خشونة سطحي التماس .

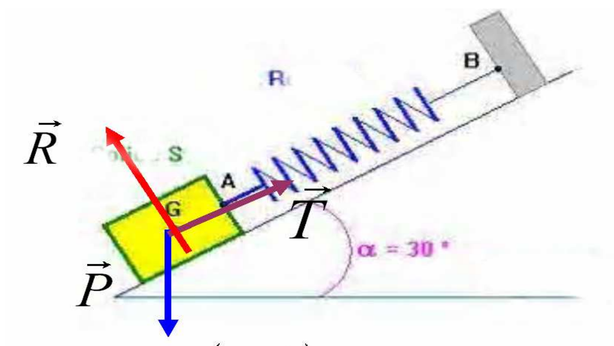
نعرف معامل الاحتكاك الساكن بالعلاقة $\tan\varphi_0 = \frac{R_t}{R_n}$ مع $k = \tan\varphi_0$

حساب زاوية الاحتكاك φ_0 نطبق العلاقة

$$\tan\varphi_0 = \frac{R_t}{R_n} = \frac{F_m}{P} = \frac{5}{3} = 1,66 \Rightarrow \varphi_0 = 59°$$

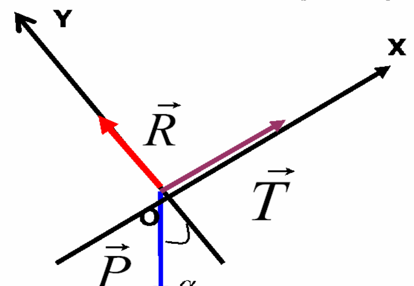
4- تطبيق : توازن جسم على سطح مائل:

1- حالة الاحتكاكات المهملة:



الطريقة التحليلية: نلحق بالشكل السابق معلما للفضاء $(O,\vec{i},\vec{j})$

α زاوية الميل التي يكونها المستوى المائل مع المستوى الأفقي.



- الإسقاط على المحور (O,X) للعلاقة :

إذن : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{O}$ $\quad T_x + P_x + R_x = 0$

نستنتج $T - P\sin\alpha + 0 = 0$

$$T = P\sin\alpha$$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

الإسـقاط على المحور (O,Y)

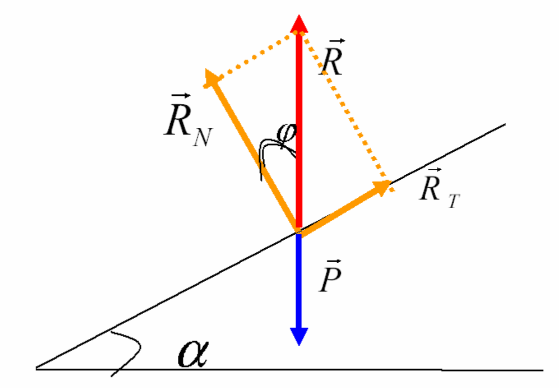
$$T_y + P_y + R_y = 0$$

$$0 - P\cos\alpha + R = 0$$

نستنتج

$$R = P\cos\alpha$$

2.2) حالة الاحتكاكات غير المهملة :



$\vec{R}_N$ المركبة المنظمية

$\vec{R}_T$ المركبة المماسة

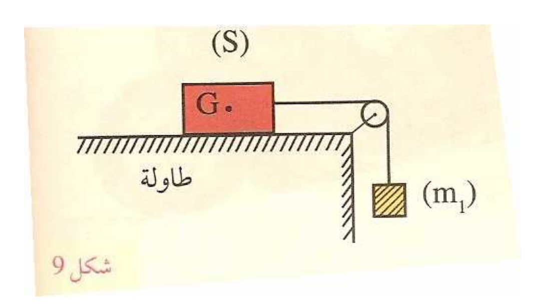
$$\vec{R}_N + \vec{R}_T = \vec{R}$$

نفس القوى المطبقة على الجسم S لكن الملاحظ أن $\vec{R}$ غير عمودية على السطح المائل ، تكون زاوية α_0 مع الخط المنظمي على المستوى المائل .

4-تطبيق

نربط جسما صلبا (S) ، كتلته $m = 1{,}2\ kg$ موضوعا فوق طاولة أفقية ، بأحد طرفي خيط يمر عبر مجرى بكرة . نعلق في الطرف الآخر للخيط كتلة معلمة $m_1=100g$.تبقى المجموعة في توازن (شكل 9) (البكرة تغير اتجاه القوة ولا تغير شدتها) .

حدد مميزات $\vec{R}$ القوة المطبقة من طرف الطاولة على الجسم الصلب (S).

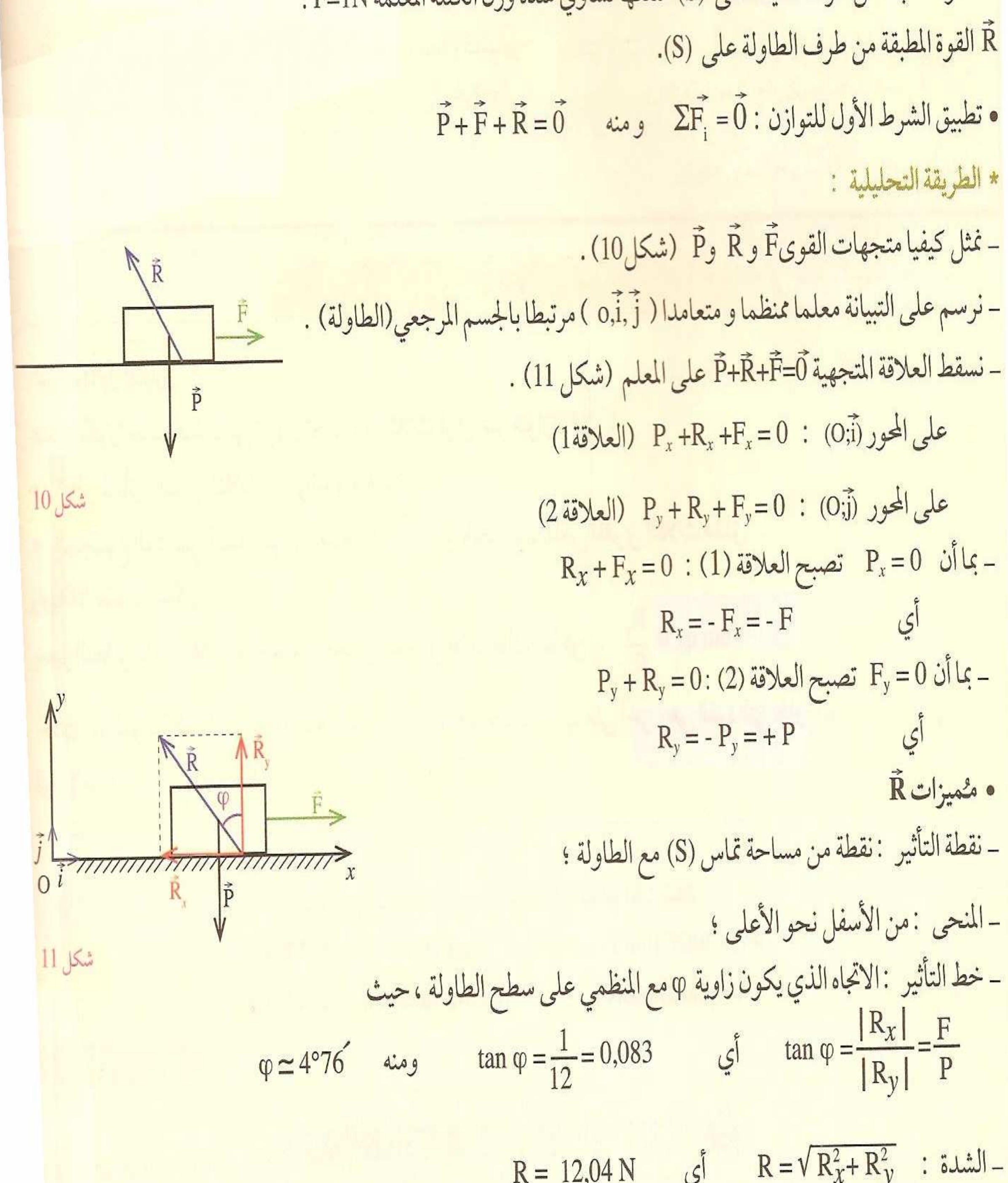


شكل 9

حل :

- المجموعة المدروسة : {الجسم الصلب (S)} .
- جرد القوى :

$\vec{P}$ وزن الجسم الصلب(S) .



$\vec{F}$ القوة المطبقة من طرف الخيط على (S) شدتها تساوي شدة وزن الكتلة المعلمة F=1N .

$\vec{R}$ القوة المطبقة من طرف الطاولة على (S).

• تطبيق الشرط الأول للتوازن : $\Sigma\vec{F}_i=\vec{0}$ ومنه $\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=\vec{0}$

*** الطريقة التحليلية :**

- نمثل كيفيا متجهات القوى $\vec{F}$ و $\vec{R}$ و $\vec{P}$ (شكل 10) .

- نرسم على التبيانة معلما ممنظما و متعامدا $(o,\vec{i},\vec{j})$ مرتبطا بالجسم المرجعي (الطاولة) .

- نسقط العلاقة المتجهية $\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$ على المعلم (شكل 11) .

على المحور $(O;\vec{i})$: $P_x+R_x+F_x=0$ (العلاقة1)

على المحور $(O;\vec{j})$: $P_y+R_y+F_y=0$ (العلاقة 2)

- بما أن $P_x=0$ تصبح العلاقة (1) : $R_x+F_x=0$

أي $R_x=-F_x=-F$

- بما أن $F_y=0$ تصبح العلاقة (2) : $P_y+R_y=0$

أي $R_y=-P_y=+P$

• مميزات $\vec{R}$

- نقطة التأثير : نقطة من مساحة تماس (S) مع الطاولة ؛

- المنحى : من الأسفل نحو الأعلى ؛

- خط التأثير : الاتجاه الذي يكون زاوية φ مع المنظمي على سطح الطاولة ، حيث

$\tan\varphi=\frac{|R_x|}{|R_y|}=\frac{F}{P}$ أي $\tan\varphi=\frac{1}{12}=0{,}083$ ومنه $\varphi\simeq 4°76'$

- الشدة : $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}$ أي $R=12{,}04\,N$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمارين توازن حسم صلب تخت تاثيرتلاث قوى غير متوازية

لدراسة جسم صلب في توازن خاضع لثلاثة قوى غير متوازية بالنسبة لمعلم أرضي :

*تحديد المجموعة المدروسة

* جرد القوى المطبقة على المجموعة مع تحديد المتجهة المقرونة بكل قوة .

* تمثيل على تبيانة متجهات القوى ذات المميزات المعروفة .

* ـ تطبيق شرطي التوازن على المجموعة المدروسة

ويمكن استغلال شرط التوازن $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ بطريقتين مختلفتين :

الطريقة الأولى : الطريقة الهندسية أو المبيانية والتي تعتمد على الخط المضلعي وخطوط التأثير المتلاقية والمستوية

الطريقة الثانية : الطريقة التحليلية

ـ تحديد معلم متعامد وممنظم (Oxy) ثم نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x'Ox و y'Oy

ـ نحصل على علاقتين جبريتين بين شدات القوى المطبقة على المجموعة المدروسة .

ـ من خلال هذين العلاقتين نجيب على الأسئلة المطروحة .

تمرين-1

نربط جسما صلبا (S) ، كتلته $m = 1,2\ kg$ موضوعا فوق طاولة أفقية ، بأحد طرفي خيط يمر عبر مجرى بكرة . نعلق في الطرف الآخر للخيط كتلة معلمة $m_1=100g$.تبقى المجموعة في توازن (شكل 9) (البكرة تغير اتجاه القوة ولا تغير شدتها) .

حدد مميزات $\vec{R}$ القوة المطبقة من طرف الطاولة على الجسم الصلب (S).

(S)

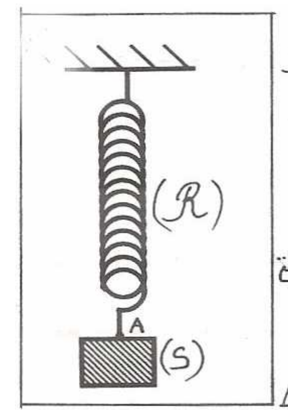
G.

طاولة

(m_1)

WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

تمرين-2



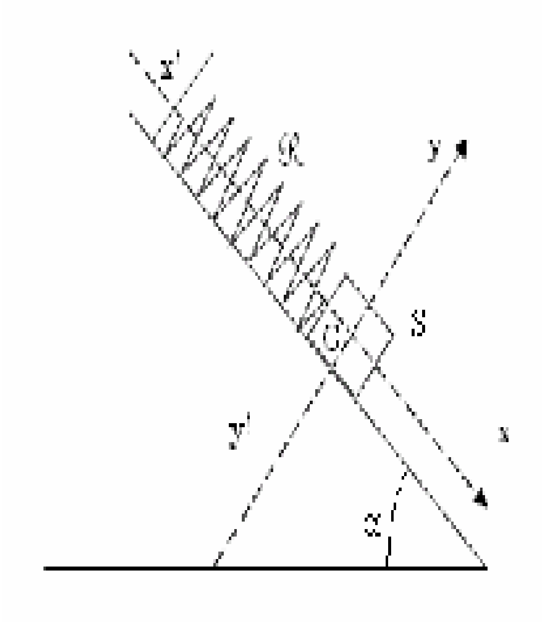
نعلق جسماً صلباً (S) كتلته $m = 400g$ بطرف نابض R ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته K (انظر الشكل جانبه).

1 ـ أدرس توازن (S)، وأحسب T شدة توتر النابض القوة التي يطبقها هذا الأخير على (S). نعطي: $g = 10N/Kg$.

2 ـ استنتج صلابة النابض K علماً أن إطالته هي: $\Delta l = 8cm$

3 ـ إذا علمت أن الإطالة القصوى للنابض هي $12\ cm$، ماهي الكتلة القصوى للجسم الذي يمكن أن نعلقه بطرف النابض دون إتلافه.

تمرين-3



يمثل الشكل أسفله توازن جسم صلب S كتلته $m=0,5kg$ فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha=45°$ بالنسبة للمستوى الأفقي ومعلق بالطرف الحر لنابض ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته $k=25N/m$.

1 ـ أجرد القوى المطبقة على الجسم S

2 ـ علما أن شدة توتر النابض $F=3N$ باعتمادك على الطريقة المبيانية أوجد شدة القوة المطبقة من طرف المستوى المائل على الجسم S.

3 ـ استنتج أن هناك احتكاكات بين المستوى المائل والجسم S

4 ـ باعتمادك على الطريقة التحليلية أحسب زاوية الاحتكاك الساكن φ_0

WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

تمرين-4

نعتبر جسماً (S) كتلته $m = 200g$ نُثَبِّت بالطرف الحر من نابض ثابتة صلابته $K = 50 N/m$، بينما نُثَبِّت الطرف الآخر O بحامل ثابت (انظر الشكل جانبه).

نزيح الجسم (S) نحو اليمين، ثم نطلقه، فيبقى في توازن عند موضع يكون فيه طول النابض : $OA = l = 20 cm$

المحور OA للنابض موازٍ للسطح الأفقي ومارٌّ من G مركز قصور (S)، والطول الأصلي للنابض هو : $l_0 = 14 cm$.

1.1- أحسب T شدة القوة التي يطبقها النابض على (S).

2- بيِّن أن اتجاه $\vec{R}$ متجهة القوة التي يطبقها السطح على (S) يمر من G مركز قصور الجسم (S).

مَثِّل الخط المضلعي للقوى المطبقة على (S) بالسلم : $1cm \longrightarrow 1N$

واستنتج شدة القوة $\vec{R}$

3.2- هل يتم التماس بين (S) والمستوى الأفقي باحتكاك ؟ علِّل جوابك.

استنتج قيمة زاوية الاحتكاك φ التي يكونها اتجاه $\vec{R}$ مع الخط الرأسي.

تمرين-5

نعتبر كرة متجانسة كتلتها $m=500g$ معلقة بواسطة نابض ذي لفات غير متصلة وصلابته $K=100N/m$ مثبت عند النقطة O . عندما نطبق قوة $\vec{F}$ أفقية شدتها $F=6N$ على الكرة يصبح طول النابض $OA=l=15cm$ والمجموعة غي حالة توازن

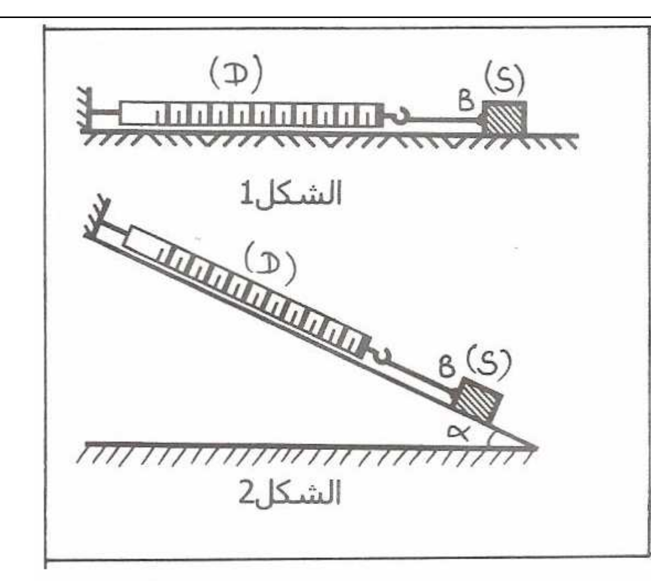
أوجد عند توازن الكرة :

1 – توتر النابض T

2 – الطول الأصلي للنابض l_0

3 – الزاوية α التي يكونها النابض مع الخط الرأسي المار من النقطة O .

تمرين-6



تمثل الشكل -1- جسماً صلباً (S) كتلته $m = 0,5\,kg$ في توازن على مستوى أفقي.

يرتبط الجسم (S) بدينامومتر (D) محوره موازٍ للمستوى الأفقي.

نعطي : $g = 10\,N/kg$.

1. علماً أن الاحتكاكات مهملة، بيّن القيمة التي يشير إليها الدينامومتر (D).

2. نُميل المستوى الأفقي بزاوية $\alpha = 20°$، كما يبيّن الشكل -2- وتبقى الاحتكاكات مهملة.

2.1 - مثّل بدون سلم القوى المطبقة على (S).

2.2 - أنشئ الخط المضلعي لهذه القوى بالسلم : $1\,cm \longrightarrow 1\,N$

2.3 - استنتج مبيانيا F شدة القوة التي يطبقها الدينامومتر على S و R شدة القوة التي يطبقها السطح المائل على (S).

3 - نفترض الآن أن الاحتكاكات غير مهملة، ونزيل الدينامومتر (D) بحيث يبقى (S) في توازن فوق المستوى المائل.

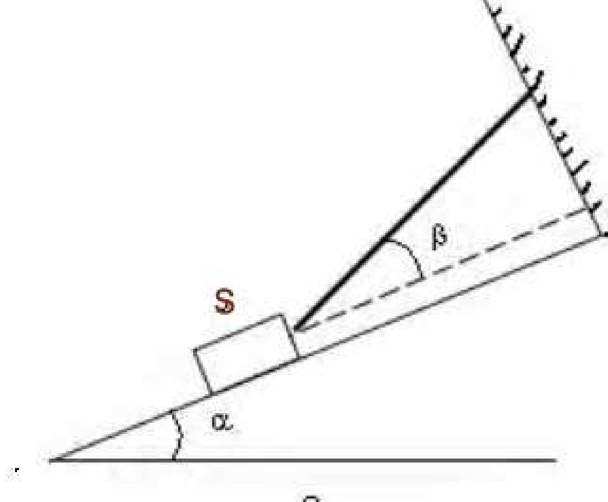
3.1 - أحسب الشدة R' للقوة التي يطبقها السطح المائل على (S).

3.2 - أوجد مبيانيا الزاوية φ بين منحى القوة $\vec{R'}$ والخط العمودي على المستوى المائل. ما اسم هذه الزاوية ؟

تمرين-7

للحفاظ على توازن جسم صلب S شدة وزنه P=3N فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي ، نشده بواسطة حبل يكون زاوية β مع اتجاه المستوى المائل . نعتبر أن التماس بين (S) واتجاه المستوى المائل يتم بالاحتكاك بحيث أن معامل الاحتكاك هو k=0,5 .

1 ـ أجرد القوى المطبقة على (S)



2ـ باستعمال الطريقة التحليلية أوجد تعبير T توتر الحبل بدلالة P و α و β و k
واستنتج تعبير شدة القوة المطبقة من طرف المستوى المائل بدلالة المعطيات .

3 ـ أحسب T و R في الحالات التالية : $\beta = 0°$ و $\beta = 30°$

تمرين-8

نعتبر جسماً (S) كتلته $m = 300g$ شدّ بطرف نابض كتلته مهملة وطوله الأصلي $l_0 = 25cm$ كما أن صلابته هي $K = 30N.m^{-1}$ فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30°$ ، و ثبّت طرف النابض الآخر بحامل ثابت يبقى (S) في توازن كما يبيّن الشكل . نعطي $g = 10\,N.kg^{-1}$.
نهمل الاحتكاكات .

1- مثّل على الشكل، وبدون سلم، القوى المطبقة على (S).

2.1- أنشئ، بدون سلم، الخط المضلعي للقوى المطبقة على (S) واستنتج منه T تعبير شدة توتر النابض بدلالة m و g و α . أحسب T .

2.2- أحسب Δl إطالة النابض . استنتج l طول النابض .

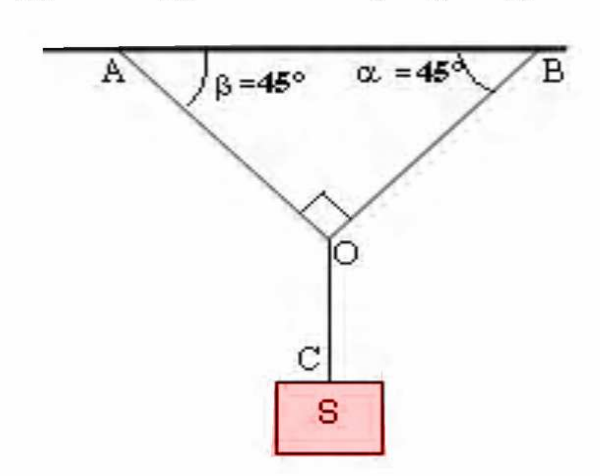
3- اعتماداً على الخط المضلعي، أوجد تعبير R شدة القوة التي يطبقها السطح المائل على (S) بدلالة m و g و α . أحسب R .

تمرين-9

نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل أسفله في حالة توازن حيث الخيوط OA و OB و OC غير قابلة للامتداد وكتلتها مهملة . كتلة الجسم S $m=1kg$

1 ـ أوجد مبيانيا توترات الخيوط OA و OB و OC

2 ـ نفس السؤال باستعمال الطريقة التحليلية



تمرين-10

نعتبر ساقا AB متجانسة كتلتها $m = 1kg$ مرتكزة على سطح أفقي بطرفها A ، بينما شُدّ طرفها الآخر B بواسطة خيط أفقي (f) غير مَدّود كتلته مهملة، كما يبين الشكل جانبه ؛ نعطي : $g = 10 N.kg^{-1}$.

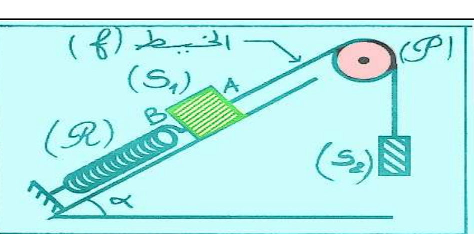
1- أجرد القوى المطبقة على العارضة ومثّل على الشكل اتجاهات القوى المطبقة على الساق.

2- هل الاحتكاكات بين الساق والسطح مهملة؟ علل الجواب.

3- علما أن شدة القوة التي يطبقها الخيط على الساق هي : $F = 6N$ ، أنشئ الخط المضلعي للقوى المطبقة على الساق بالسلم : $1cm \longrightarrow 2N$

4- استنتج شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها السطح الأفقي على الساق وأحسب φ قيمة زاوية الاحتكاك.

تمرين-11



نعتبر المجموعة الممثلة جانبه والمكونة من:

* (S_1) جسم صلب كتلته $m_1 = 300g$ على مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للخط الأفقي.
* (S_2) جسم صلب كتلته m_2.
* (f) خيط غير مدود كتلته مهملة تحل في طرفه A الجسم S_1، بينما تحل الطرف الآخر الجسم (S_2) وتمر عبر مجرى البكرة (P).
* (R) نابض ذو لفات غير متصلة، كتلته مهملة وطوله الأصلي $l_0 = 25cm$ و K صلابته. نهمل الاحتكاكات ونعتبر المجموعة في حالة سكون.

1- أجرد القوى المطبقة على (S_1).

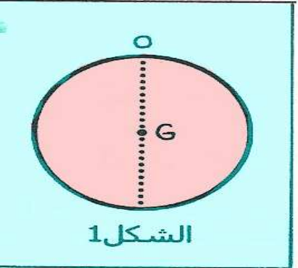
2- بيّن أن F شدة القوة التي يطبقها الخيط على (S_1) هي: $F = m_2 . g$

3- علماً أن Δl إطالة النابض تكون منعدمة عند التوازن، أنشئ بدون سلم الخط المضلعي للقوى المطبقة على (S_1) واستنتج m_2 كتلة الجسم (S_2).

نعطي: $g = 10 N.kg^{-1}$

4- اعتماداً على الخط المضلعي، أحسب R شدة القوة التي يطبقها السطح المائل على (S_1).

تمرين-12



الشكل1

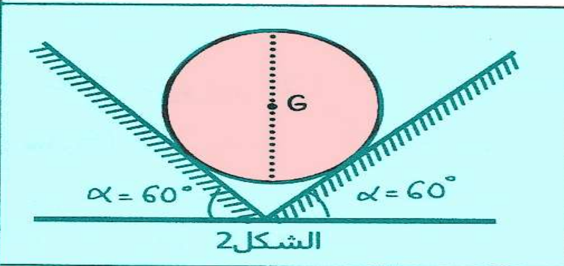
1- نعتبر قرصاً متجانساً كتلته $m = 200g$ معلقاً بحامل ثابت عند نقطة O، تنتمي إلى محيطه كما يبيّن الشكل-1.

نعطي: $g = 10 N.kg^{-1}$.

1.1- أجرد القوى المطبقة على القرص في حالة التوازن.

1.2- استنتج R شدة القوة التي يطبقها الحامل الثابت على القرص.

1.3- حدّد، معللا جوابك، شدة القوة $\vec{F}$ التي يطبقها القرص على الحامل.



الشكل2

2- نضع القرص بين سطحين مائلين بنفس الزاوية $\alpha = 60°$ بالنسبة للمستوى الأفقي كما يبيّن الشكل-2-. علماً أن التماس بين السطحين والقرص يتم بدون احتكاك، وبتمثيل الخط المضلعي للقوى المطبقة على القرص، أحسب الشدتين R_1 و R_2 شدتي القوتين اللتين يطبقهما السطحان على التوالي على القرص.

تمارين توازن حسم صلب تخت تاثيرتلاث قوى غير متوازية

تمرين-1

• المجموعة المدروسة : {الجسم الصلب (S)} .

• جرد القوى :

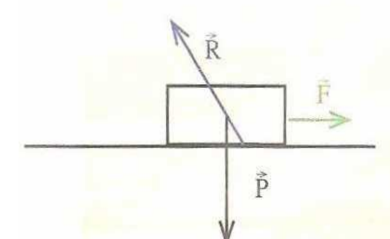
$\vec{P}$ وزن الجسم الصلب(S) .

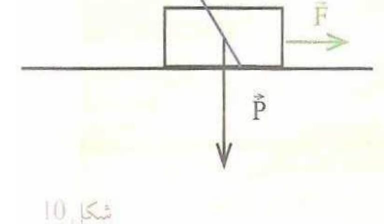
$\vec{F}$ القوة المطبقة من طرف الخيط على (S) شدتها تساوي شدة وزن الكتلة المعلمة F=1N .

$\vec{R}$ القوة المطبقة من طرف الطاولة على (S).

• تطبيق الشرط الأول للتوازن : $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$ و منه $\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=\vec{0}$

* الطريقة التحليلية :





شكل 10

– نمثل كيفيا متجهات القوى $\vec{F}$ و $\vec{R}$ و $\vec{P}$ (شكل10) .

– نرسم على التبيانة معلما ممنظما و متعامدا ($o,\vec{i},\vec{j}$) مرتبطا بالجسم المرجعي(الطاولة) .

– نسقط العلاقة المتجهية $\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$ على المعلم (شكل 11) .

على المحور $(O;\vec{i})$: $P_x + R_x + F_x = 0$ (العلاقة1)

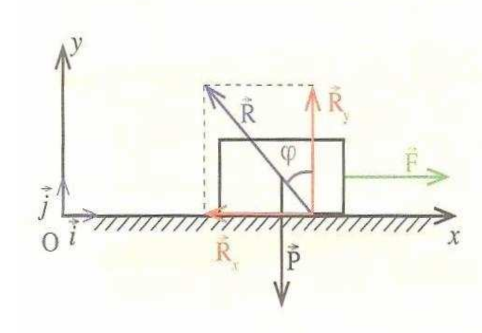
على المحور $(O;\vec{j})$: $P_y + R_y + F_y = 0$ (العلاقة 2)

– بما أن $P_x = 0$ تصبح العلاقة (1) : $R_x + F_x = 0$

أي $R_x = - F_x = - F$

– بما أن $F_y = 0$ تصبح العلاقة (2) : $P_y + R_y = 0$

أي $R_y = - P_y = + P$



• مميزات $\vec{R}$

– نقطة التأثير : نقطة من مساحة تماس (S) مع الطاولة ؛

– المنحى : من الأسفل نحو الأعلى ؛

– خط التأثير : الاتجاه الذي يكون زاوية φ مع المنظمي على سطح الطاولة ، حيث

$\tan\varphi = \frac{|R_x|}{|R_y|} = \frac{F}{P}$ أي $\tan\varphi = \frac{1}{12} = 0,083$ و منه $\varphi \simeq 4°76'$

– الشدة : $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ أي $R = 12,04\ N$

تمرين-2

1- دراسة توازن (S):

* المجموعة المدروسة: الجسم (S):
* جرد القوى: تخضع (S) لقوتين:
** وزنه $(G, \vec{P})$.
** توتر النابض $(A, \vec{T})$
* (S) في توازن تحت تأثير القوتين:

لدينا، حسب شرط التوازن: $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$

أي أن: $\vec{T}=-\vec{P}$

ومنه: $T=P$

مع: $P=mg \Rightarrow P=0,40\times10=4,0N$

وبالتالي: $T=4,0\,N$

2- صلابة النابض k:

لدينا $T=k.\Delta l \Rightarrow k=\frac{T}{\Delta l}$

ت ع: $k=\frac{4,0}{8.10^{-2}}=50\,N.m^{-1}$

3- الكتلة القصوى للجسم (S):

إذا كانت الإطالة القصوى للنابض هي: $\Delta l=12cm$، فإن شدة توتر النابض هي $T=k.\Delta l=50.12.10^{-2}$

$T=6,0N$

ونعلم حسب شرط التوازن أن: $T=P$

إذن: $P=6N$ و $P=mg \Rightarrow m=\frac{P}{g}$

إذن، فالكتلة القصوى هي:

$m=\frac{6}{10}=0,60\,kg \Rightarrow m=600g$

إذا تجاوزت كتلة الجسم (S) القيمة 600g، فإتلاف النابض سيكون حتميا.

تمرين-3

1 ـ جرد القوى المطبقة على S

$\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $\vec{F}$.

2 ـ نستعمل الطريقة المبيانية

ـ نحدد مميزات القوى

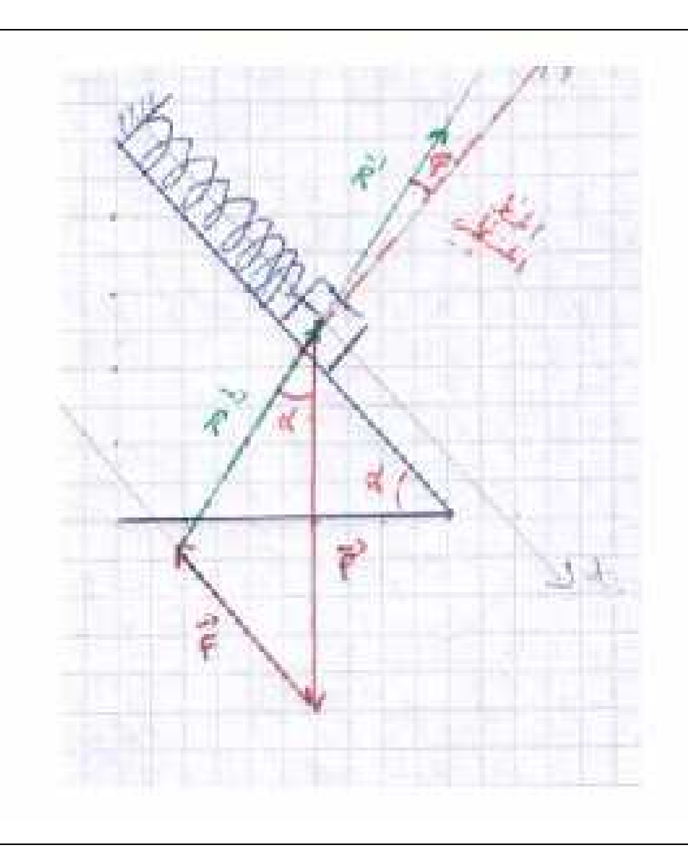
المميزات / القوى	$\vec{P}$	$\vec{F}$	$\vec{R}$
الأصل	G	A	
الاتجاه	الخط الرأسي	المحور x'x	
المنحى	نحو مركز الأرض	من x نحو x'	
الشدة	P=m.g=5N	F=3N	

نختار كسلم لتمثيل القوى $1N \leftrightarrow 1cm$

بما أن الجسم في حالة توازن نطبق شرطي التوازن:

الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق $\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=\vec{0}$

وخطوط التأثير مستوائية ومتلاقية



من خلال التمثيل المبياني نستنتج أن $R \approx 3,6N$

3 – وبما أن $\vec{R}$ غير عمودية على المستوى المائل ، إذن هناك احتكاكات بين السطح المائل والجسم S .

4 – الطريقة المبيانية

نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x'Gx و y'Gy فنحصل على المعادلتين التاليتين :

$$P\sin\alpha - F - R\sin\varphi_s = 0$$

$$-P\cos\alpha + R\cos\varphi_s = 0$$

من المعادلتين نستنتج أن

$$R\sin\varphi_s = -F + P\sin\alpha$$

$$R\cos\varphi_s = P\cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow \tan\varphi_s = \frac{-F + P\sin\alpha}{P\cos\alpha}$$

تطبيق عددي $\tan\varphi_s = 0,15$ إذن $\varphi_s = 8,53°$

تمرين-4

1- حساب الشدة T :

نعلم أن : $T = k.\Delta\ell$

مع : $\Delta\ell = \ell - \ell_0$

$\Delta\ell = 20 - 14 = 6\,cm$

إذن : $T = 50 \times 6.10^{-2} = 3,0\,N$

2- إثبات أن اتجاه $\vec{R}$ يمر من G :

(S) في توازن تحت تأثير ثلاث قوى :

* وزنه $(G, \vec{P})$.
* $\vec{R}$: القوة التي يطبقها السطح .
* توتر النابض $(A, \vec{T})$.

بما أن اتجاهي $\vec{P}$ و $\vec{T}$ تمران من G ؛ فحسب شرط التوازن ، فإن اتجاهات القوى الثلاثة متلاقية في G، مما يستلزم مرور اتجاه $\vec{R}$ من G .

3.1 – الخط المضلعي :

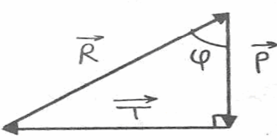
* نمثل $\vec{P}$ بسهم رأسي طوله 2cm :

$P = mg = 2,0\,N$.

* نمثل $\vec{T}$ بسهم أفقي طوله 3cm :

$T = 3\,N$

* نمثل $\vec{P}$ و $\vec{T}$ وهما متعامدتان .
* و نمثل $\vec{R}$ بسهم يغلق الخط المضلعي (S في توازن)



الخط المضلعي مثلث قائم الزاوية

إذن : $R = \sqrt{P^2 + T^2}$

$R = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3,6\,N$

3.2 ـ طبيعة التماس :
نلاحظ أن اتجاه $\vec{R}$ ليس عموديا على سطح التماس، إذن، فالاحتكاكات غير مهملة.
φ هي الزاوية التي يكونها اتجاه $\vec{R}$ مع الخط الرأسي (اتجاه $\vec{P}$).
حسب الخط المضلعي، لدينا :

$$tg\varphi = \frac{T}{P}$$

إذن : $tg\varphi = \frac{3}{2} = 1,5$

أي : $\varphi = 56,3°$

تمرين-5

1 ـ جرد القوى المطبقة على الكرة :

$\vec{P}, \vec{T}, \vec{F}$

الكرة في توازن تحت تأثير ثلاث قوى نطبق شرطي التوازن $\vec{P}+\vec{T}+\vec{F}=\vec{0}$

وخطوط التأثير متلاقية ومستوائية

فحسب الخط المضلعي وهو عبارة عن مثلث قائم الزاوية

نطبق علاقة فيثاغورس $T=\sqrt{F^2+P^2}$ تطبيق عددي :

$T=7,81N$

2 ـ الطول الأصلي للنابض :

نعلم أن شدة القوة المطبقة من طرف النابض

$$T = K\Delta\ell = K(\ell-\ell_0)$$

$$T = K\ell - K\ell_0 \Rightarrow K\ell_0 = K\ell - T$$

$$\ell_0 = \ell - \frac{T}{K}$$

تطبيق عددي : K=100N/m إذن

$$\ell_0 = 0,15 - 0,078 = 0,072m$$

3 ـ حساب الزاوية α

نحسب tanα

$$\tan\alpha = \frac{F}{P} = 1,2$$

$$\alpha = 50,2°$$

تمرين-6

1ـ القيمة التي يشير إليها (D) :
(S) في توازن تحت تأثير 3 قوى هي:
* وزنه $(G,\vec{P})$:
* $(B,\vec{F})$ القوة التي يطبقها الدينامومتر.
* $\vec{R}$ القوة التي يطبقها السطح.

وحسب الشرط الأول للتوازن :

$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$$

$\vec{R}$ عمودية على السطح (فالاحتكاكات مهملة) وتوازن $\vec{P}$ لأن الجسم لا ينغرز في المستوى الأفقي، وعليه .

$$\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$$

وبالتالي : $\vec{F}=\vec{0}$

ومنه، فالدينامومتر يشير إلى شدة منعدمة : $F=0$

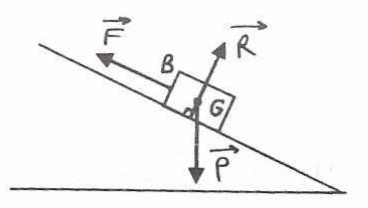
2.1 ـ تمثيل القوى:

(S) في توازن تحت تأثير 3 قوى هي:

* $(G,\vec{P})$ وزنه

* $(B,\vec{F})$ القوة التي يطبقها الدينامومتر

* $\vec{R}$ القوة التي يطبقها السطح.



2.2 ـ الخط المضلعي:

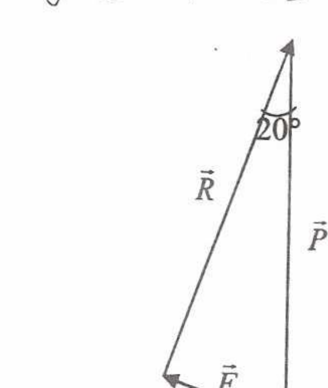
لإنشاء الخط المضلعي نتتبع الخطوات التالية:

* لدينا: $P = mg = 0,5.10 \Rightarrow P = 5,0\ N$

إذن، نمثل $\vec{P}$ بسهم رأسي طوله 5cm.

* نمثل اتجاه $\vec{F}$ المكوّن لزاوية $\alpha = 20°$ مع الخط الأفقي المار من رأس السهم الممثل لـ $\vec{P}$.

* نمثل اتجاه $\vec{R}$ العمودي على اتجاه $\vec{F}$ والمار من أصل السهم الممثل لـ $\vec{P}$.



2.3 ـ حساب شدتي $\vec{F}$ و $\vec{R}$:

نقيس طول السهمين الممثلين لـ $\vec{F}$ و $\vec{R}$ باستعمال السلم، نجد:

* طول السهم الممثل لـ $\vec{F}$ هو 1,7cm

إذن: $F = 1,7\ N$

* طول السهم الممثل لـ $\vec{R}$ هو 4,7cm

إذن: $R = 4,70\ N$

3.1 ـ حساب الشدة R':

عند إزالة الدينامومتر (D)، تنعدم شدة القوة $\vec{F}$ ويصبح (S) في توازن تحت تأثير قوتين:

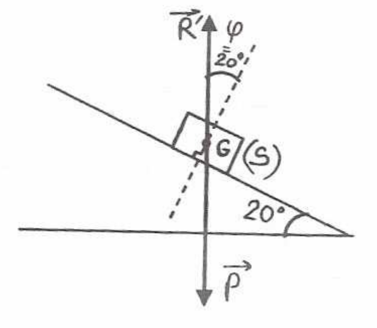
* $(G,\vec{P})$ وزنه.

* $\vec{R}$ القوة التي يطبقها السطح

لدينا، حسب شرط التوازن: $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

ومنه: $R' = P = 5N$

3.2 ـ حساب قيمة φ:



باستعمال المنقلة نجد: $\varphi = \alpha = 20°$، وتسمى هذه الزاوية «زاوية الاحتكاك»

WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

تمرين-7

1 ـ جرد القوى المطبقة على S

$\vec{P},\vec{R},\vec{T}$

2 ـ استعمال الطريقة التحليلية : نختار معلم متعامد وممنظم مرتبط بمركز الجسم S

ونسقط فيه العلاقة المتجهية $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=\vec{0}$ ملاحظة بما أن هناك احتكاكات فإن $\vec{R}$ غير عمودية على السطح وتكون زاوية φ مع الخط المنظمي .

على x'Gx :

$$-P\sin\alpha+T\cos\beta-R\sin\varphi=0$$

على y'Gy

$$-P\cos\alpha+T\sin\beta+R\cos\varphi=0$$

من العلاقتين نستنتج أن

$$k=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=\frac{P\sin\alpha-T\cos\beta}{P\cos\alpha-T\sin\beta}$$

$$k(P\cos\alpha-T\sin\beta)=P\sin\alpha-T\cos\beta$$

$$T(\cos\beta-k\sin\beta)=P\sin\alpha-kP\cos\alpha$$

$$T=P\frac{\sin\alpha-k\cos\alpha}{\cos\beta-k\sin\beta}$$

نستنتج تعبير شدة القوة $\vec{R}$

نعلم أن $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}$ بحيث أن

$$R_x=R\sin\alpha=-P\sin\alpha+T\cos\beta$$

و $R_y=R\cos\varphi=P\cos\alpha-T\sin\beta$

نعوض T في المعادلتين فنحصل على :

$$R_x=P\left[\cos\beta\frac{\sin\alpha-k\cos\alpha}{\cos\beta-k\sin\beta}-\sin\alpha\right]$$ و

$$R_y=P\left[\cos\alpha-\sin\beta\frac{\sin\alpha-k\cos\alpha}{\cos\beta-k\sin\beta}\right]$$

إذن

$$R=P\sqrt{\left[\cos\beta\frac{\sin\alpha-k\cos\alpha}{\cos\beta-k\sin\beta}-\sin\alpha\right]^2+\left[\cos\alpha-\sin\beta\frac{\sin\alpha-k\cos\alpha}{k\sin\beta-\cos\beta}\right]^2}$$

3 ـ حساب R و T في الحالات التالية :

$\beta=0^\circ$ عندنا $\cos\beta=1$ و $\sin\beta=0$

ولدينا $\alpha=30^\circ$ أي أن $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin\alpha=\frac{1}{2}$

$T=0,2N$ و $R=3N$

$\beta=\alpha=30^\circ$ بنفس العمليات الحسابية نحسب T و R

تمرين-8

1- تمثيل القوى :

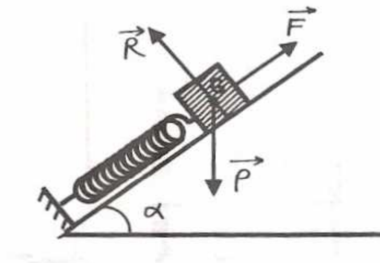
تخضع (S) لثلاث قوى هي :

* وزنه $(G,\vec{P})$.
* توتر النابض $(A,\vec{F})$.

(بما أن النابض منضغط، فإن $\vec{F}$ موجهة نحو الأعلى)

* $\vec{R}$ القوة التي يطبقها السطح.

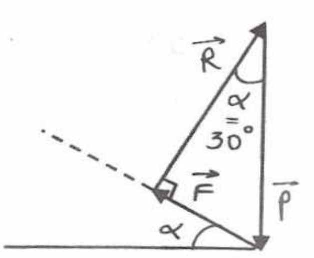
اتجاه $\vec{R}$ عمودي على السطح لأن الاحتكاكات مهملة.



2.1- إنشاء الخط المضلعي :

* نمثل $\vec{P}$ بسهم رأسي
* نمثل $\vec{F}$ بسهم يكوّن زاوية مقدارها 30° مع الخط الأفقي.
* نمثل $\vec{R}$ بسهم عمودي على $\vec{F}$. أصله عند رأس $\vec{F}$، ورأسه عند أصل السهم $\vec{P}$

بحيث يغلق الخط المضلعي.



الخط المضلعي مثلث قائم الزاوية.

وعليه، فإن : $\sin\alpha = \frac{F}{P}$

إذن : $F = mg \cdot \sin\alpha$

ت ع : $F = 0,3 \times 10 \times \sin 30°$

$F = 1,5\ N$

2.2- حساب ℓ طول النابض :

تكتب شدة توتر النابض : $F = k.\Delta\ell$

$\Rightarrow \Delta\ell = \frac{F}{k} = \frac{1,5}{30} = 0,05$

$\Delta\ell = 0,05 cm$

وبما أن النابض منضغط، فإن الإطالة $\Delta\ell$ تكتب : $\Delta\ell = \ell_0 - \ell$

إذن $\ell = \ell_0 - \Delta\ell = 25 - 5$

$\ell = 20 cm$

3- تعبير الشدة R :

حسب الخط المضلعي لدينا :

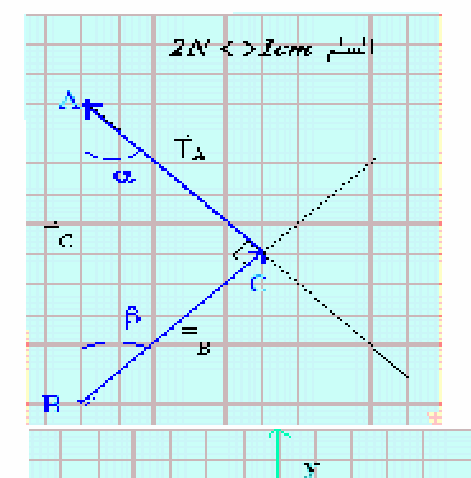
$\cos\alpha = \frac{R}{P} \Rightarrow R = P.\cos\alpha$

$R = mg.\cos\alpha$

$R = 2,6 N$.

WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

تمرين-9



1 ـ باستعمال الطريقة المبيانية نحسب شدة التوترات T_A و T_B و T_C .

جرد القوى المطبقة في النقطة O

الجسم S في حالة توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{T}_C$ حسب شرطي التوازن

$T_C=P=m.g=10N$

بما أن النقطة O في توازن تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية فإن :

$\vec{T}_A+\vec{T}_B+\vec{T}_C=\vec{0}$ أي أن الخط المضلعي لهذه القوى مغلق .

وحسب الشكل فإن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في C

$$T_C=T_A\sqrt{2}\Rightarrow T_A=\frac{T_C}{\sqrt{2}}=7N$$

كذلك $T_B=7N$

2 ـ استعمال الطريقة التحليلية

نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x'Ox و y'Oy

على x'Ox :

$$-T_A\cos\beta+T_B\cos\alpha=0$$

على y'Oy

$$T_A\sin\beta+T_B\sin\alpha-T_C=0$$

بما أن $\alpha=\beta=45°$ فإن $\cos\alpha=\cos\beta$ و $\sin\alpha=\sin\beta$

أي حسب العلاقة (1) $T_A=T_B$

وحسب العلاقة (2)

$$T_A\sqrt{2}=T_C\Rightarrow T_A=\frac{T_C}{\sqrt{2}}=7N=T_B$$



تمرين-10

1ـ جرد القوى :

تخضع الساق لثلاث قوى هي :

* وزنها $(G,\vec{P})$
* القوة التي يطبقها الخيط $(B,\vec{F})$.
* القوة التي يطبقها السطح $(A,\vec{R})$.
* اتجاه $\vec{P}$ رأسي وتمر من G .
* اتجاه $\vec{F}$ أفقي وتمر من I نقطة تقاطع اتجاه الخيط واتجاه $\vec{P}$.

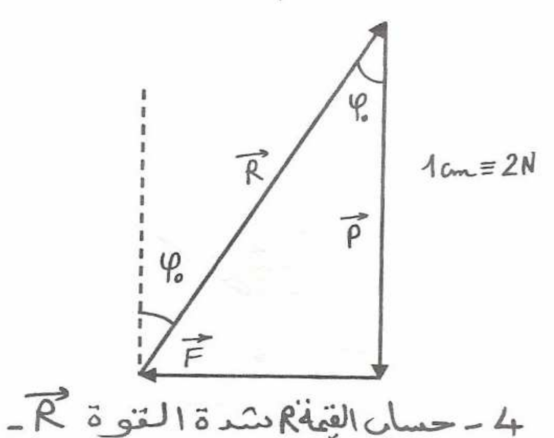
و بما أن الساق في توازن، فإن اتجاهات القوى الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة هي : I ، وعليه، فإن اتجاه $\vec{R}$

3 ـ الخط المضلعي :

لدينا: $P=mg=10N$ و $F=6N$

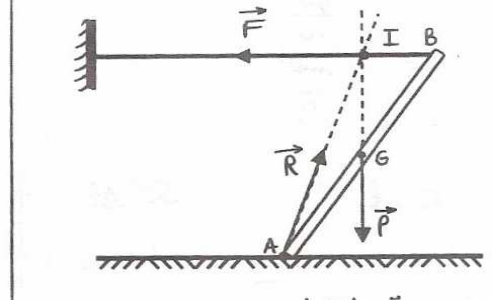
$\vec{P}$ و $\vec{F}$ متعامدتان

$\vec{R}$ ممثلة بسهم يغلق الخط المضلعي



4 ـ حساب القيمة شدة القوة $\vec{R}$ ـ

لهرمن A و I ، كما يبين الشكل أسفله:



2 ـ طبيعة التماس :

نلاحظ أن المحصلة $\vec{R}$ غير عمودية على السطح الأفقي ، إذن ، فالاحتكاكات غير مهملة .

حساب φ_0 :

φ_0 : الزاوية بين الخط العمودي على السطح الأفقي ومحصلة القوة $\vec{R}$

نقيس طول السهم الممثل للقوة $\vec{R}$ ،

فنجد 5,8cm أي : $R = 2 \times 5{,}8 = 11{,}6\ N$

- يمكن حساب φ_0 باستعمال المنقلة

أو بتطبيق العلاقات المثلثية :

$$tg\,\varphi_0 = \frac{F}{P} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

نجد : $\varphi_0 = 31°$ $\Longrightarrow$

تمرين-11

1- جرد القوى :

تخضع (S_1) لأربع قوى هي :

* القوة التي يطبقها النابض $(B, \vec{T})$
* القوة التي يطبقها الخيط $(A, \vec{F})$
* القوة التي يطبقها السطح $\vec{R}$.
* وزنه $(G, \vec{P_1})$.

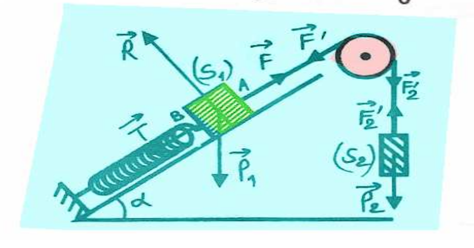
2 - إثبات تعبير $\vec{F}$:

(S_2) في توازن ، تحت تأثير قوتين (أنظر الشكل) .

$\vec{F}$: القوة التي يطبقها الخيط .

$\vec{P_2}$: وزن S_2 .

إذن : $\vec{F_2} + \vec{P_2} = \vec{0} \Rightarrow F_2 = P_2 = m_2 g$



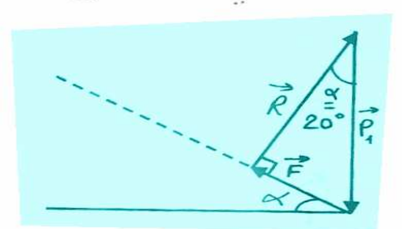
أي أن T=0 ، إذن ، فـ (S_1) في توازن تحت تأثير ثلاث قوى هي :

* $(A, \vec{F})$ و $(G, \vec{P_1})$ و $\vec{R}$ ، حيث $\vec{F}$ و $\vec{R}$ متعامدتان .

نستعمل السلم : $1\,cm \longrightarrow 0{,}5N$

$P_1 = m_1 g = 3{,}0N$

نمثل $\vec{P}$ بسهم رأسي و $\vec{F}$ بسهم يكون اتجاهه زاوية α مع الخط الأفقي ثم $\vec{R}$ بسهم عمودي على $\vec{F}$ ويغلق الخط المضلعي ، فنحصل على :



* كتلة الخيط مهملة، إذن:

$F = F'$ و $F_2 = F'_2$

* البكرة في توازن، إذن، فهي لا تغير شدة القوة أي أن: $F'_2 = F$

وبالتالي: $F_2 = F$

أي: $F = m_2 \cdot g$

3- حساب الكتلة m_2:

لنمثل الخط المضلعي للقوى المطبقة على (S_1):

لدينا: $T = k \cdot \Delta l$ مع $\Delta l = 0$

الخط المضلعي مثلث قائم الزاوية

لدينا: $\sin\alpha = \frac{F}{P_1}$

أي: $F = P_1 \cdot \sin\alpha = m_1 g \cdot \sin\alpha$

ولدينا أيضا: $F = m_2 \cdot g$

إذن: $m_2 \cdot g = m_1 \cdot g \cdot \sin\alpha$

$m_2 = m_1 \cdot \sin\alpha$

ت ع: $m_2 = 0,3 \times \sin 30°$

$m_2 = 0,15\ kg = 150\ g.$

4- حساب الشدة R:

لدينا: $\cos\alpha = \frac{R}{P_1}$

أي: $R = P_1 \cdot \cos\alpha$

$R = m_1 \cdot g \cdot \cos\alpha$

ت ع: $R = 0,3 \times 10 \cdot \cos 30°$

$R = 2,6\ N$

تمرين-12

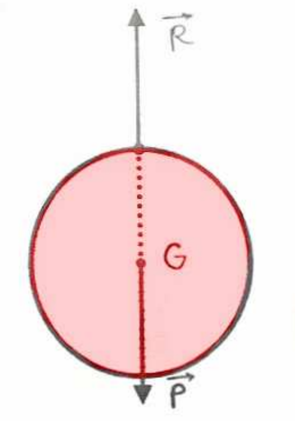
1.1- جرد القوى:

القرص في توازن تحت تأثير قوتين هما:

* وزنه $(G, \vec{P})$.

* تأثير الحامل الثابت $(O, \vec{R})$.

1.2- حساب شدة القوة $\vec{R}$،



حسب شرط التوازن، لدينا:

$\vec{P} + \vec{R} = \vec{O} \Rightarrow \vec{R} = -\vec{P}$

لـ $\vec{R}$ و $\vec{P}$ نفس المنظم، أي أن:

$R = P = mg.$

ت ع: $R = 0,2 \cdot 10 = 2,0\ N$

1.3- حساب الشدة F:

الحامل الثابت يطبق قوة $\vec{R}$ على القرص وبالتالي يطبق القرص قوة $\vec{F}$ على الحامل الثابت. وحسب مبدإ التأثيرات المتبادلة، فللقوتين نفس الاتجاه ونفس

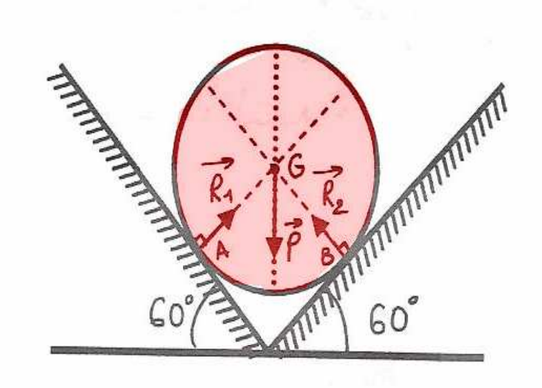
WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

الشدة كما أن منحنييهما متعاكسان

$\vec{F} = -\vec{R}$ ، أي أن : $F = R$

إذن : $F = 2,0\,N$.

2 ـ حساب الشدتين R_1 و R_2 :



القرص في توازن تحت تأثير 3 قوى :

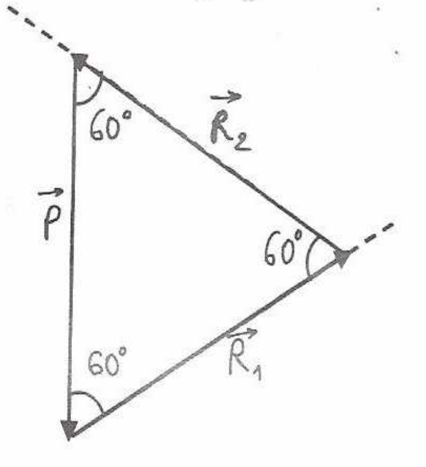
* وزنه $(G,\vec{P})$
* القوة التي يطبقها السطح الأول $(A,\vec{R_1})$
* القوة التي يطبقها السطح الثاني $(B,\vec{R_2})$.

بما أن الاحتكاكات مهملة، فإن اتجاهي $\vec{R_1}$ و $\vec{R_2}$ عموديان على سطحي التماس

وبما أن القرص في توازن، فإن اتجاهات القوى الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة هي G مركز قصور القرص.

وعليه، فإن اتجاهي $\vec{R_1}$ و $\vec{R_2}$ يكوّنان زاوية $\alpha = 60°$ مع اتجاه الوزن.

يكون إذاً شكل الخط المضلعي كالتالي :



نلاحظ أن جميع زوايا المثلث متساوية، إذن، فالخط المضلعي مثلث متساوي الأضلاع، وبالتالي : $P = R_1 = R_2$

مع: $P = 2,0N$، إذن : $R_1 = R_2 = 2,0N$

WWW.MOUSTAKIM.C.LA
MOUSTAMANI@HOTMAIL.COM

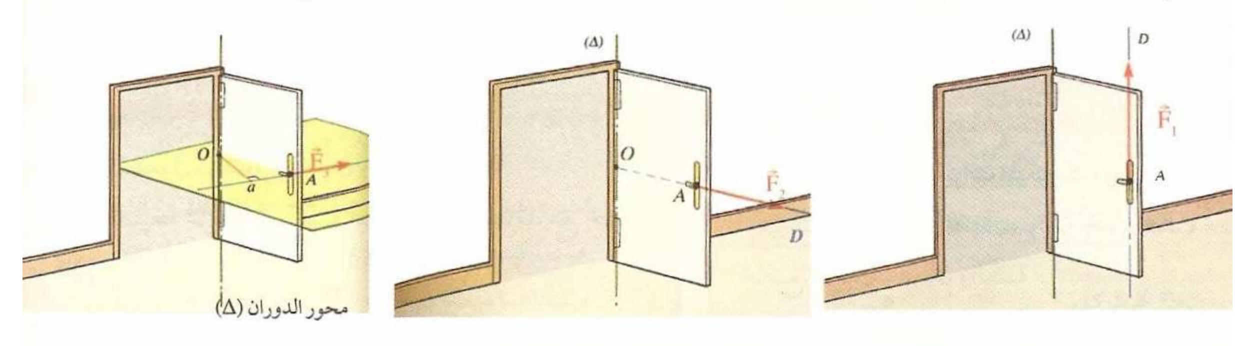
توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت

1 - عزم قوة :

1 .1- مفعول قوة على دوران جسم صلب:

النشاط-1

– في الأشكال 1 و 2 و 3 تم تمثيل القوى المطبقة على باب قابل للدوران حول محور (Δ) رأسي ثابت و مار من المفصلات .



شكل 1 : لا يتحرك الباب في هذه الوضعية — شكل 2 : لا يتحرك الباب في هذه الوضعية — شكل 3 : يتحرك الباب

– عند فتح أو غلق باب الحجرة تدور الباب حول المحور الرأسي المار من المفصلات .

القوة التي تمكن من إدارة باب الحجرة حول المحور (Δ) المار من المفصلات هي القوة $\vec{F}_3$ الممثلة في الشكل 3 .

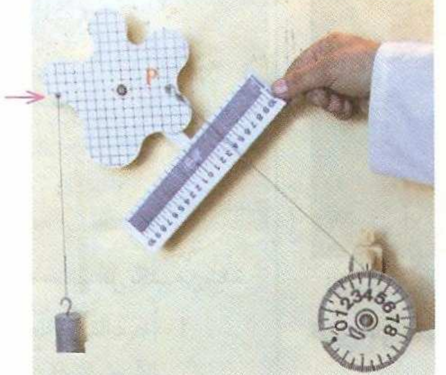
يكون لقوة $\vec{F}$ مفعول دوران على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (Δ) إذا كان خط تأثيرها غير مواز لمحور الدوران ولا يمر به .

1 .2- عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت:

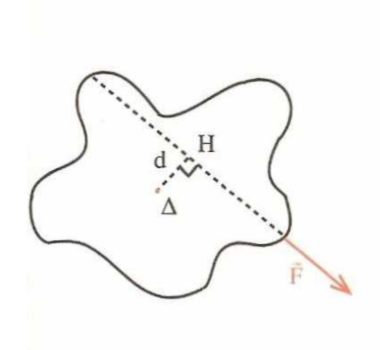
النشاط-2

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل 4 حيث الصفيحة قابلة للدوران حول محور (Δ) أفقي ثابت يمر من مركز ثقلها G.

- نختار وضعا معينا للصفيحة ، ونعلم موضع الحرف P على استقامة رأسية .



شكل 4 : التركيب التجريبي



شكل 5 : تبيانة التركيب التجريبي

① قس في مناولة أولى شدة القوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف الدينامومتر ، والمسافة d الفاصلة بين خط تأثيرها والمحور (Δ) .

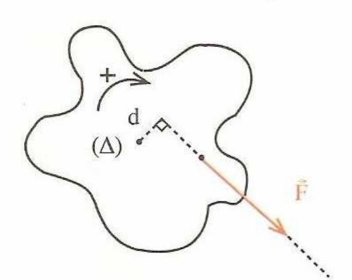
② أعد المناولة السابقة وذلك بتغيير نقطة تأثير $\vec{F}$ بحيث يحافظ الحرف P على نفس الاستقامة البدئية عند كل توازن . دون النتائج في جدول . ماذا تستنتج؟

③ أُحسب الجداء F x d في كل حالة . اِستنتج .يسمى هذا الجداء عزم القوة $\vec{F}$ بالنسبة للمحور (Δ) ، ورمزه $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})$.

0,9	1,2	1,8	2,4	F(N)
8	5,6	4,0	3,0	$d(10^{-2}m)$
7,2	7,5	7,2	7,2	$F.d(10^{-2}N.m)$

مثال : يلخص الجدول التالي نتائج قياسات النشاط 2 :
نستنتج أن الجداء F x d يبقى ثابتا إذا أخذنا بعين الاعتبار الارتيابات الناتجة عن القياسات . نقول إن للقوة $\vec{F}$ نفس المقدرة على إدارة الصفيحة حول المحور(Δ). هذا الجداء يسمى عزم القوة $\vec{F}$ بالنسبة للمحور (Δ) ، ويرمز إليه $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})$.

1 .3- تعريف عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت:

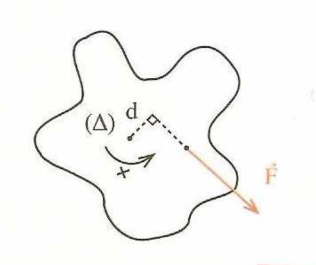


شكل 6 : تدور الصفيحة في المنحى الموجب

عزم قوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور (Δ) ثابت ومتعامد مع خط تأثيرها ، هو جداء الشدة F لهذه القوة والمسافة d الفاصلة بين المحور (Δ) وخط تأثيرها .
وحدة العزم في النظام العالمي للوحدات هي نيوتن في المتر (N.m) .

1 .4- جبرية عزم قوة:

إن الجداء F . d لايدلنا على منحى دوران الصفيحة حول المحور (Δ) ، لهذه الغاية نختار منحى اعتباطيا لدوران الجسم نعتبره موجبا ، حيث :
– إذا كان بإمكان القوة $\vec{F}$ أن تدير الصفيحة وفق المنحى الموجب (شكل 6) ، فإن عزمها يعتبر موجبا ، ونكتب : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = +(F.d)$
–إذا كان بإمكان القوة $\vec{F}$ أن تدير الصفيحة وفق المنحى المعاكس للمنحى الموجب (شكل 7) ، فإن عزمها يعتبر سالبا ، و نكتب : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = -(F.d)$
بصفة عامة يعبر عن عزم قوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور (Δ) ثابت بالعلاقة $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = \pm(F \times d)$



شكل 7 : تدور الصفيحة في المنحى المعاكس للمنحى الموجب

2 - عزم مزدوجة قوتين :

2 .1 - مزدوجة قوتين:

تتكون مزدوجة قوتين من قوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ قابلتين لإدارة جسم صلب في نفس المنحى حيث مجموعهما المتجهي منعدم وخط تأثيرهما مختلفان $\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{0}$.

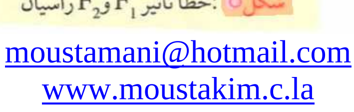
2 .2 - صيغة عزم مزدوجة قوتين:

النشاط- 3

نستعمل قضيبا MN فلزيا متجانسا ومتينا ، به ثقوب توجد على مسافات متساوية .
القضيب MN قابل للدوران حول محور أفقي (Δ) ثابت يمر بمركز ثقله G.
نحقق توازن القضيب MN بطريقتين مختلفتين كما يبين الشكلان 8 و 9 .






شكل 8 :خطا تأثير $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ رأسيان

شكل 9 : خطا تأثير $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ مائلان

moustamani@hotmail.com
www.moustakim.c.la

2.2 - صيغة عزم مزدوجة قوتين:

مثال : بالنسبة للشكل 8 من النشاط 3 :

تعبير عزم القوة $\vec{F}_1$ هو $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = +(F_1 \cdot d_1)$

تعبير عزم القوة $\vec{F}_2$ هو $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = +(F_2 \cdot d_2)$

تعبير عزم المزدوجة $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$ هو : $\mathcal{M} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2)$

وبما أن $F_1 = F_2 = F$ نكتب $\mathcal{M} = (F_1 \cdot d_1) + (F_2 \cdot d_2)$

$\mathcal{M} = F x(d_1 + d_2)$

$$\mathcal{M} = F \cdot d \quad (1)$$

شكل 10

بالنسبة للشكل 9 من النشاط 3 :

- تعبير عزم القوة $\vec{F}_1$ هو $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot GH'$
- تعبير عزم القوة $\vec{F}_2$ هو $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot GH$
- تعبير عزم المزدوجة $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$ هو : $\mathcal{M} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2)$

$\mathcal{M} = F_1 \cdot GH' - F_2 \cdot GH$

$\mathcal{M} = F(GH' - GH)$

$$\mathcal{M} = F \cdot d \quad (2)$$

شكل 11

من العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن مجموع عزمي كل من القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ بالنسبة للمحور (Δ) في كلتي الحالتين ، مجموع ثابت ومستقل عن المحور (Δ) ، وإشارة المجموع مرتبطة بالمنحى الاعتباطي الموجب .

الصيغة العامة لعزم مزدوجة قوتين هي : $\mathcal{M} = \pm(F \cdot d)$ وهو مستقل عن محورالدوران .

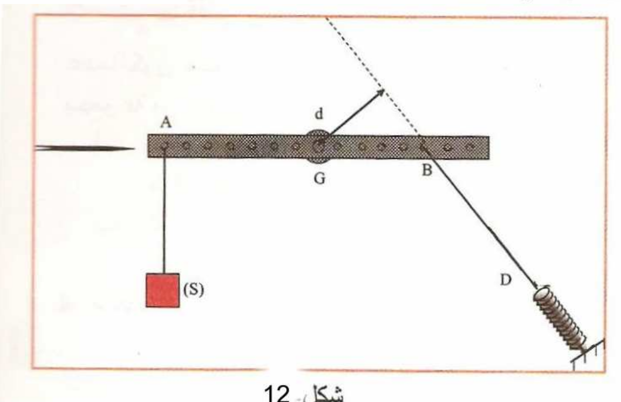
3 - الشرط الثاني للتوازن : مبرهنة العزوم:

النشاط 4

4.1 - تجربة :

لإنجاز هذه الدراسة نستعمل عارضة طولها $L = 30cm$، وكتلتها $m = 120g$ قابلة للدوران بدون احتكاك، حول محور ثابت (Δ) يمر من مركز قصورها G.

$GA = 14\ cm \quad ; \quad d = 10\ cm$



شكل 12

4.2- دراسة توازن العارضة

القوى المطبقة على العارضة:

- الوزن $\vec{P}$. $(P = mg \approx 1{,}2\ N)$
- تأثير المحور Δ : $\vec{R}$.
- القوة المسلطة من طرف الخيط في النقطة A : $\vec{F}_A$
(الشدة F_A تساوي وزن الجسم(S) : $F_A \approx 1{,}0\ N$)
- القوة المسلطة من طرف الدينامومتر D في النقطة B : $\vec{F}_B$.

(يشير الدينامومتر إلى القيمة $F_B \approx 1,4N$)

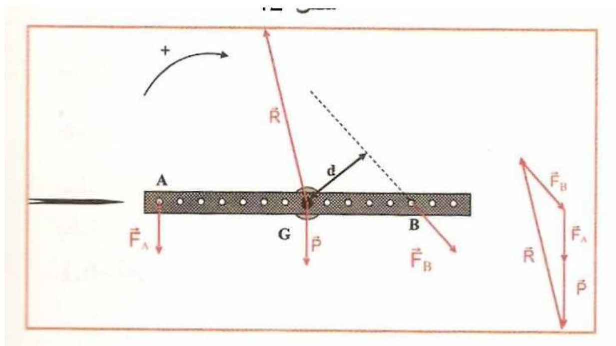
- بما أن العارضة في توازن يمكن أن نكتب:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$$

أي : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{0}$

يُمكننا هذا المجموع المتجهي المنعدم من استنباط مميزات المتجهة $\vec{R}$ من خلال الخط المضلعي.

(شكل 13)



شكل 13

لنعين عزوم القوى المطبقة على العارضة :

- القوتان $\vec{P}$ و$\vec{R}$ تتقاطعان مع المحور(Δ)، و بالتالي فإن : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$.
- تطبيق القوة $\vec{F}_A$ لوحدها يجعل الجسم يدور في المنحى السالب : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_A) = - F_A.\ GA$.

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_A) = - 0,14\ N.m$$

- تطبيق القوة $\vec{F}_B$ لوحدها يجعل الجسم يدور في المنحى الموجب : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_B) = F_B.\ d$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_B) = 0,14 N.m$$

انطلاقا من قيم عزوم القوى المطبقة على الجسم القابل للدوران حول المحور (Δ)، نستنتج ما يلي :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_B) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_A) = 0$$

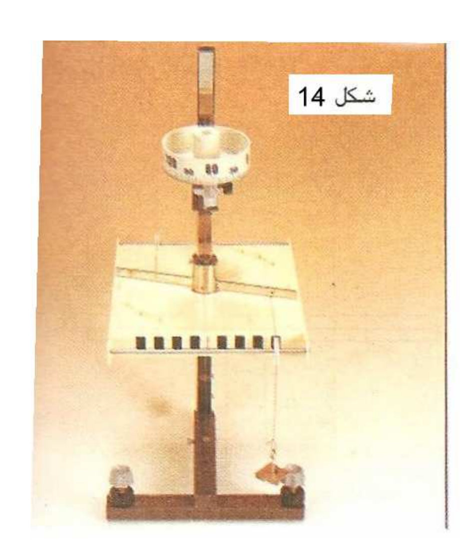
يستنتج من النشاط 4 : أن المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على القضيب MN ، في حالة التوازن ، مجموع منعدم (باعتبار الارتيابات الناتجة عن القياسات) أي $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ مع $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يمر من المحور (Δ).

نص مبرهنة العزوم :

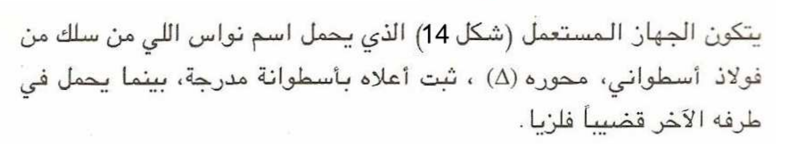
عند توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (Δ) أيا كان ، فإن المجموع الجبري لعزوم كل القوى المطبقة عليه بالنسبة لهذا المحور ، مجموع منعدم : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 0$.

4 - عزم مزدوجة اللي:

1.4 - مزدوجة اللي:



شكل 14



يتكون الجهاز المستعمل (شكل 14) الذي يحمل اسم نواس اللي من سلك من فولاذ أسطواني، محوره (Δ) ، ثبت أعلاه بأسطوانة مدرجة، بينما يحمل في طرفه الآخر قضيباً فلزيا.

ندير القضيب أفقيا بزاوية θ فيلتوي السلك. عندما نحرر القضيب نلاحظ أنه يعود إلى موضعه البدئي (شكل 15) ؛ مما يدل على أن السلك الملتوي يؤثر عليه.

يمكننا الشكل (16) من إبراز هذه الظاهرة : يمثل الشكل (16 – أ) إحدى المولدات PQ للسلك التي تكون رأسية عندما يكون هذا الأخير غير ملتو. عندما يلتوي السلك يتشوه المولد PQ بحيث تبقى النقطة P ثابتة وتحتل النقطة Q الموضع Q' فتسلط قوة $\vec{f}_i$ على القضيب (شكل 16 – ب) . وبالتالي

يكون تأثير السلك الملتوي على القضيب ناتجا عن المجموع $\Sigma \vec{f}_i$ للقوى التي تطبقها جميع مولدات السلك.

- عندما يكون السلك غير ملتو، يكون القضيب في توازن تحت تأثير وزنه $\vec{P}$ وتأثير السلك $\vec{R}$:

$$\vec{P}+\vec{R}=\vec{0} \quad \text{و} \quad \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P})+\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R})=0$$

- عندما يكون السلك ملتويا، يكون القضيب خاضعا للمزدوجة $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$ ذات عزم $\mathcal{M}$ ولمجموع القوى $\Sigma \vec{f}_i$ التي تسلطها جميع مولدات السلك بالإضافة إلى $\vec{P}$ و $\vec{R}$. عند التوازن نكتب :

$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}_1+\vec{F}_2+\Sigma\ \vec{f}_i=\vec{0}$$

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P})+\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R})+\mathcal{M}+\Sigma\ \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{f}_i)=0$$

سلك اللي

الموضع البدئي

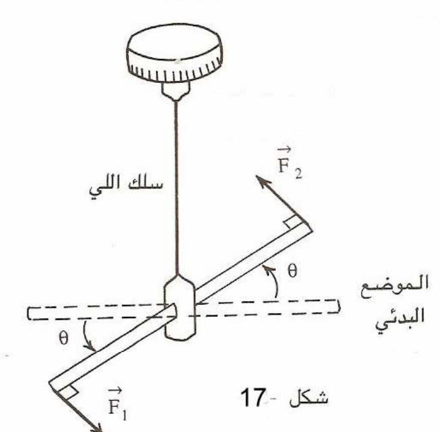
شكل 15-

فنستنتج مما سبق أن :

$$\Sigma\ \vec{f}_i=\vec{0}$$

$$\Sigma\ \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{f}_i)=-\mathcal{M}$$

تبين هاتان النتيجتان أن للقوى $\vec{f}_i$ خاصيات مزدوجة قوتين ومن تم نسمي مجموع هذه القوى مزدوجة اللي.



شكل 16 -

2- دراسة مزدوجة اللي.

أ– تجربة :

نطبق أفقيا على القضيب، بواسطة خيطين يحمل كل منهما نفس الكتلة المعلمة m ، مزدوجة قوتين $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$ فيلتوي السلك ، ويدور القضيب بزاوية θ . لقياس زاوية اللي θ ندير الأسطوانة إلى أن يعود القضيب إل موضعه البدئي (شكل 17).

نبقي الشدة المشتركة F لقوتي المزدوجة $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$ ثابتة : $F=m.g$ ، وندرس تغيير عزم هذه المزدوجة بتغيير المسافة d التي تفص بين خطي تأثير $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$.

سلك اللي

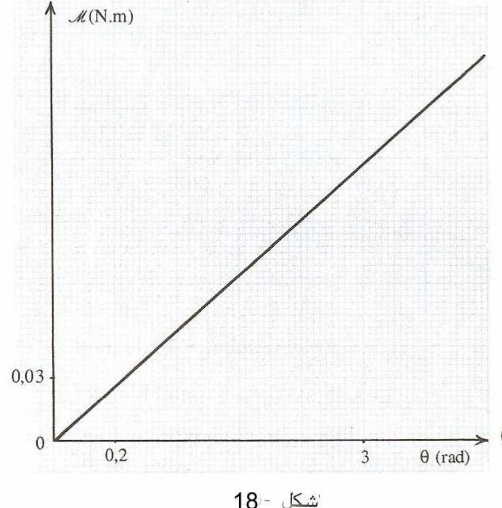
الموضع البدئي

شكل 17-

في حالة $m=40\ g$ نحصل على القياسات المدونة في الجدول التالي :

d (cm)	$\mathcal{M}=F.d$ (N.m)	θ (°)	θ (rad)
6	0,023	32,5	0,57
8	0,031	43,5	0,76
10	0,039	54	0,94
12	0,047	65	1,13
14	0,055	76	1,33

moustamani@hotmail.com
www.moustakim.c.la



شكل 18

ب- استغلال النتائج

في الشكل 18 مثلنا تغيرات $\mathcal{M}$ بدلالة θ. نلاحظ أن المنحنى مستقيم يمر بالأصل :

$\mathcal{M}$ تتناسب اطراداً مع θ . نقول إن لسلك اللي استجابة خطية.

وهكذا يمكن أن نكتب : $\mathcal{M} = C.\theta$

حيث C ثابتة تميز السلك، نسميها ثابتة لي السلك، وهي تتعلق بطول السلك وبمقطعه ، كما تتغير بتغير نوعيته.

في حالة هذه التجربة نجد : $C \approx 4.10^{-2}\ N.m.rad^{-1}$.

لقد سبق أن رأينا أن العزم $\Sigma\ \mathcal{M}_\Delta(f_i)$ يعاكس عزم مزدوجة القوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$
لنضع $\Sigma\ \mathcal{M}_\Delta(f_i) = \mathcal{M}_C$.

إذن : $\mathcal{M}_C = -\mathcal{M}$

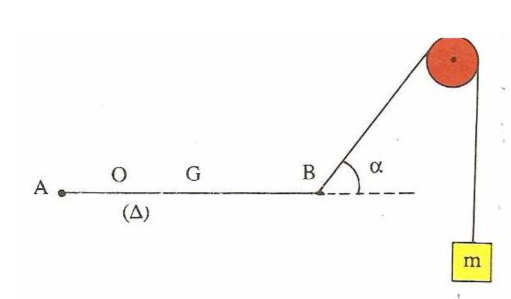
أي : $\boxed{\mathcal{M}_C = -C.\theta}$

ملحوظة :

إن مزدوجة اللي تقاوم التواء السلك، إذ تسعى إلى إرجاع السلك إلى وضعه البدئي : لذا يطلق عليها اسم مزدوجة الارتداد.

5- تطبيقات

تطبيق-1



نعتبر قضيبا متينا متجانسا AB طوله $\ell = AB = 80\ cm$ وشدة وزنه $P = 40\ N$ في توازن أفقي قابل للدوران حول محور أفقي ثابت (Δ) يمر من النقطة O بحيث $OA = 20\ cm$. نثبت عند النقطة B من القضيب خيطا يمر عبر مجرى بكرة ويحمل في طرفه الآخر كتلة m. نريد تحديد قيمة m علما أن اتجاه جزء الخيط المشدود إلى القضيب يكون زاوية $\alpha = 30°$ مع المستقيم الأفقي المار من O و G

الحل

لتحديد قيمة الكتلة m المعلقة بالخيط ندرس توازن القضيب AB الذي يخضع الى القوى التالية :

تأثير الأرض : $\vec{P}$ وتأثير المحور (Δ) : $\vec{R}$ وتأثير الخيط : $\vec{F}$

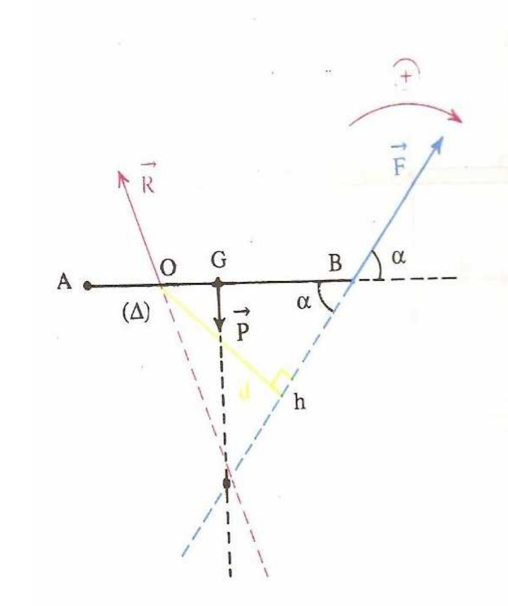
وحسب شرطي التوازن نكتب : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$

و $\Sigma\ \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 0$ أي أن : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 0$

وباستغلال الشرط اللازم لغياب الدوران حول (Δ) وباختيار منحى موجب نحصل على تعبير عزم كل قوة بتطبيق صيغة عزم القوة.

moustamani@hotmail.com
www.moustakim.c.la

وباستغلال الشرط اللازم لغياب الدوران حول (Δ) وباختيار منحى موجب نحصل على تعبير عزم كل قوة بتطبيق صيغة عزم القوة.



لدينا : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ لأن $\vec{R}$ تقطع المحور (Δ).

كما أن : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) = P.OG$

و : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = -F.d$ حيث : $d = OH$

مع :

$$\sin\alpha = \frac{OH}{OB} \Rightarrow OH = OB\sin\alpha$$



• F هي شدة وزن الكتلة المعلقة لأن البكرة تغير اتجاه القوة دون تغيير شدتها

$F = mg$ فنجد : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = -mg.OB.\sin\alpha$

وبالتالي نكتب : $P.OG - m.g.OB\sin\alpha = 0$

كما لدينا : $OG = \frac{AB}{2}$ و $OB = AB - OA$

ومنه نجد :

$$m = \frac{P\left(\frac{AB}{2} - OA\right)}{g\,(AB - OA)\sin\alpha}$$

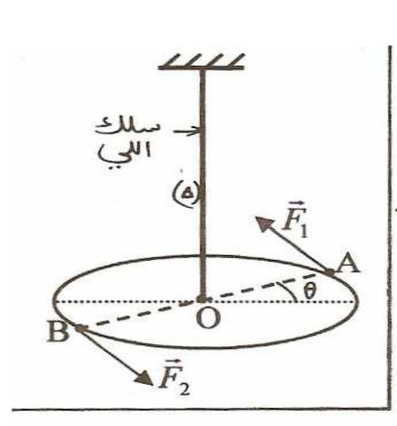
تطبيق عددي : $m = 2,72\ kg$

ملحوظة :

بما أن القضيب في حالة توازن ويخضع لثلاث قوى، فإن هذه القوى متلاقية ومستوائية إذ أن معرفة نقطة تقاطع خطي تأثير $\vec{P}$ و $\vec{F}$ تمكن من معرفة خط تأثير $\vec{R}$ المار بهذه النقطة والنقطة O

وباستغلال $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ يمكن تحديد شدة القوة R باعتماد الطريقة المبيانية مثلا.

تطبيق-2



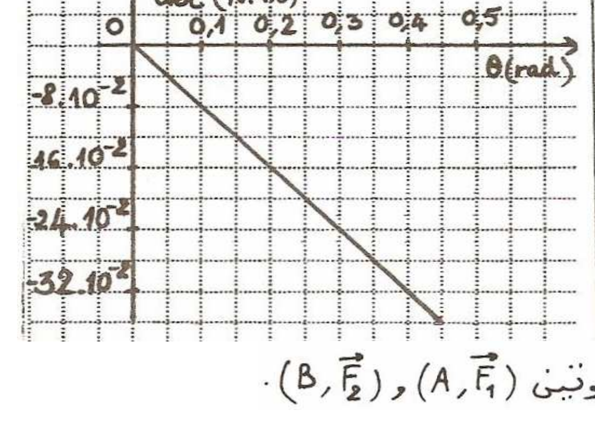
نثبت قرصا (S)، كتلته m وشعاعه r = 10cm، من مركز قصوره O بطرف سلك ثابتة ليه C مثبت في حامل ثابت. ندير القرص بزاوية θ = 0,5 rad عن موضع توازنه البدئي بواسطة مزدوجة قوتين $(A, \vec{F_1})$ و $(B, \vec{F_2})$ كما يبين الشكل جانبه ويبقى في توازن.

1- أجرد القوى المطبقة على القرص عند التوازن الجديد.

moustamani@hotmail.com
www.moustakim.c.la

2 ـ أوجد تعبير عزم المزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ بدلالة F_1 و r شعاع القرص.

3 ـ بتطبيق الشرط الثاني للتوازن، عيّن تعبير $\mathcal{M}_C$ عزم مزدوجة اللّي التي يطبقها السلك على العارضة.



4 ـ استنتج تعبير C ثابتة اللّيّ بدلالة F_1 و r و θ زاوية اللّيّ.

5 ـ يمثل المبيان جانبه تغيرات $\mathcal{M}_C$ عزم مزدوجة اللّيّ بدلالة زاوية اللّيّ θ.

5.1 ـ أوجد مبيانياً قيمة C ثابتة ليّ السلك.

5.2 ـ استنتج F_1 الشدة المشتركة لمزدوجة القوتين $(A, \vec{F_1})$ و $(B, \vec{F_2})$.

الحل

1 ـ جرد القوى :

القرص في توازن تحت تأثير القوى والمزدوجات التالية :

* وزنه $(O, \vec{P})$.
* تأثير السلك $(O, \vec{R})$.
* المزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$.
* مزدوجة اللّيّ التي تقاوم ليّ السلك.

2 ـ عزم المزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$:

باعتبار المنحى الموجب، يُعبّر عن عزم المزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ بالعلاقة :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}, \vec{F_2}) = F_1 . d = F_2 . d$$

لأن : $F_1 = F_2 = F$

مع : $d = AB = 2r$

وعليه فإن : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}, \vec{F_2}) = F_1 . 2r$

3 ـ تعبير $\mathcal{M}_C$ عزم مزدوجة اللّيّ :

بتطبيق الشرط الثاني للتوازن، نكتب :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}, \vec{F_2}) + \mathcal{M}_C = 0$$

مع $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

لأن اتجاههما يقطع محور الدوران.

لدينا إذاً : $\mathcal{M}_C + F_1 . 2r = 0$

moustamani@hotmail.com
www.moustakim.c.la

ومنه : $\mathcal{M}_C = -2F_1 \cdot r$

العزم $\mathcal{M}_C$ سالب، مما يدل على أن مزدوجة اللّي تقاوم لَيّ السلك.

4- تعبير C ثابتة لَيّ السلك :

نعلم أن : $\mathcal{M}_C = -C.\theta$

وحسب السؤال السابق، لدينا :

$$\mathcal{M}_C = -2F_1.r$$

إذن : $-C\theta = -2F_1.r$

$$C = \frac{2F_1.r}{\theta}$$

5.1- حساب قيمة C :

نعلم أن : $\mathcal{M}_C = -C\theta$

إذن : $C = -\frac{\mathcal{M}_C}{\theta}$

من المبيان أن عند $\theta = 0,2rad$ ، يكون

$$\mathcal{M}_C = -16.10^{-2} N.m$$

ت ع : $C = -\frac{(-16.10^{-2})}{0,2} = 0,80 N.m/rad$

5.2- حساب F_1 الشدة المشتركة للمزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$:

حسب السؤال (4) : $C = \frac{2F_1.r}{\theta}$

ومنه : $F_1 = \frac{C\theta}{2.r}$

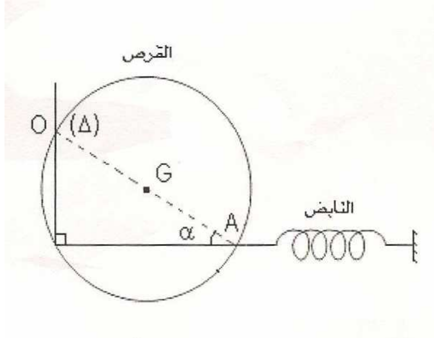
وبما أن السلك ملتوٍ بزاوية $\theta = 0,5rad$ حسب نص التمرين، فإن : $F_1 = \frac{0,80 . 0,5}{2 . 0,1}$

$$\Rightarrow F_1 = 2,0N$$

سلسلة في دوران جسم صلب حول محور ثابت

تمرين-1

نعتبر قرصا متجانسا، كتلته $m = 1kg$ و شعاعه r ، قابلا للدوران بدون احتكاك في مستوى رأسي حول محور أفقي(Δ) ثابت يمر من نقطة تنتمي إلى محيطه.



شكل-1

1- نربط طرف نابض عند نقطة A من محيط القرص متقابلة قطريا مع النقطة O و نثبت الطرف الآخر للنابض إلى حامل ثابت. عند التوازن يكون محور النابض أفقيا مكونا زاوية α مع القطر OA كما يوضح الشكل (1).

نعطي: شدة الثقالة $g = 10N.kg^{-1}$.

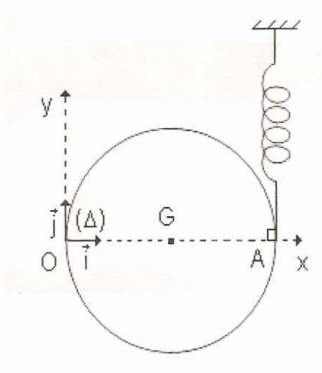
1-1- مثل القوى المطبقة على القرص معينا نقطة تلاقي I لخطوط تأثيرها.

1-2- بتطبيق مبرهنة العزوم، أوجد تعبير شدة القوة $\vec{T}$ التي يطبقها النابض على القرص بدلالة m و g و α.

2- يكون خط تأثير القوة $\vec{R}$، التي يطبقها المحور(Δ) على القرص، مع المستقيم الرأسي المار من النقطة O زاوية β.

2-1- أرسم الخط المضلعي للقوى المطبقة على القرص. بين أن: $\tan\beta = \dfrac{1}{2\tan\alpha}$

2-2- أوجد شدة القوة $\vec{R}$ في حالة: $\alpha = \beta$



شكل-2

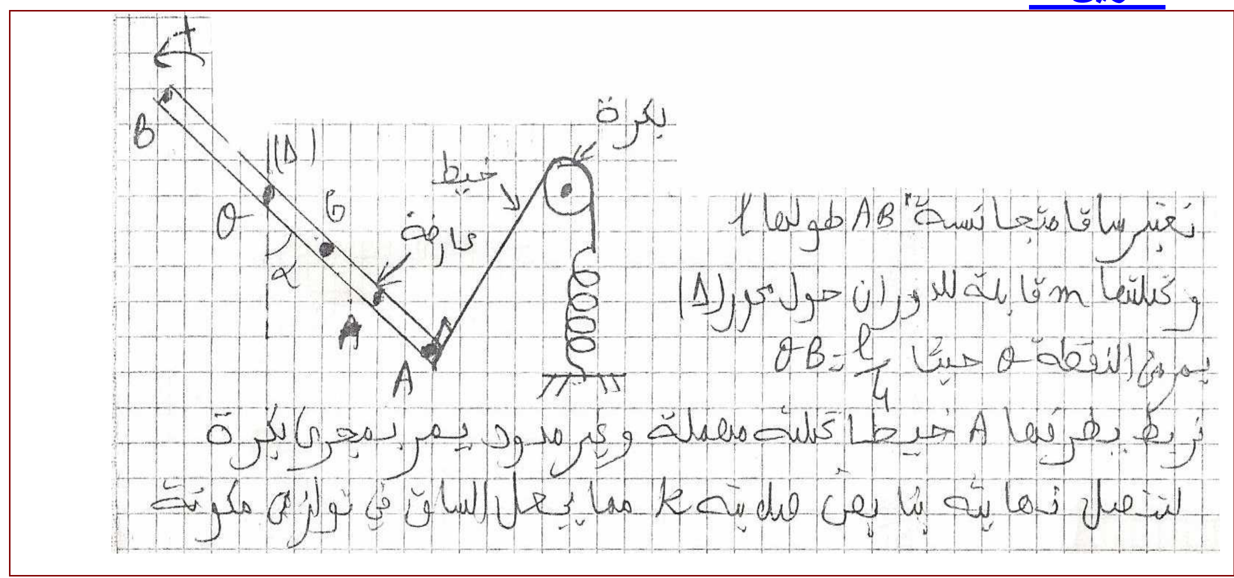
3- نغير موضع توازن القرص كما هو مبين في الشكل (2)، حيث يكون القطر OA أفقيا و يكون محور النابض رأسيا.

باعتماد الطريقة التحليلية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

3-1- بين أن خط تأثير القوة $\vec{R}'$ التي يطبقها المحور(Δ) على القرص في هذه الحالة يكون رأسيا.

3-2- استنتج شدة القوة $\vec{R}'$ علما أن إطالة النابض $\Delta l = 5cm$ و صلابته $K = 100N.m^{-1}$.

تمرين-2



نعتبر ساقا متجانسة AB طولها ℓ
وكتلتها m قابلة للدوران حول محور (Δ)
يمر من النقطة O حيث $OB = \frac{\ell}{4}$
نربط بطرفها A خيطا كتلته مهملة وغير ممدود يمر بمجرى بكرة
لتتصل نهايته بنابض صلابته k مما يجعل الساق في توازن مكونة


زاوية $\alpha = 45°$ مع الخط الرأسي المار من O. كما يبين الشكل أعلاه

1- اجرد القوى المطبقة على الساق AB.

2- ذكر بشرطي توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت.

3- بتطبيق الشرط الثاني للتوازن، أوجد T تعبير توتر الخيط، القوة التي يطبقها الخيط على العارضة بدلالة m و g و α. احسب T.

نعطي: $m = 850g$ و $g = 10N.Kg^{-1}$

4- استنتج صلابة النابض علما أن إطالته هي $\Delta l = 5cm$

5- أ- أنشئ الخط المضلعي للقوى المطبقة على الساق بالسلم $1cm \to 8N$

و استنتج شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها المحور (Δ) على الساق عند O.

تمرين-3

تتكون المجموعة (E) المبينة في الشكل أسفله من:

بكرة (P) ذات مجريين شعاعهما على التوالي r_1 و r_2 حيث: $r_1 = 2r_2$ قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور أفقي (Δ) ثابت متطابق مع مركزها (I).

نابض لفاته غير متصلة و كتلته مهملة و صلابته $K = 10N.m^{-1}$ مربوط بخيط (f_1) غير مدود و كتلته مهملة ملفوف على المجرى ذي الشعاع r_1 و طرفه الثاني مثبت بحامل في النقطة M.

عارضة AB متجانسة كتلتها $m = 0,6kg$ و طولها L مرتكزة على طاولة في النقطة O′ بحيث: $O'G = \frac{L}{4}$

علق طرفها A بخيط (f_2) غير مدود و كتلته مهملة ملفوف بدوره حول المجرى ذي الشعاع r_2.

عند التوازن تكون العارضة AB الزاوية $\alpha = 45°$ مع الخط الأفقي المار من O′ و الزاوية $\frac{\pi}{2}$ مع الخيط (f_2) (أنظر الشكل).

1– دراسة توازن البكرة (P).

1–1– أجرد القوى المطبقة على البكرة (P).

1–2– أوجد تعبير T شدة القوة المطبقة من طرف النابض على البكرة (P).

1–3– أحسب F_2 شدة القوة المطبقة من طرف الخيط (f_2) على البكرة (P).

نعطي: إطالة النابض $\Delta l = 7cm$ و شدة الثقالة $g = 10N.kg^{-1}$.

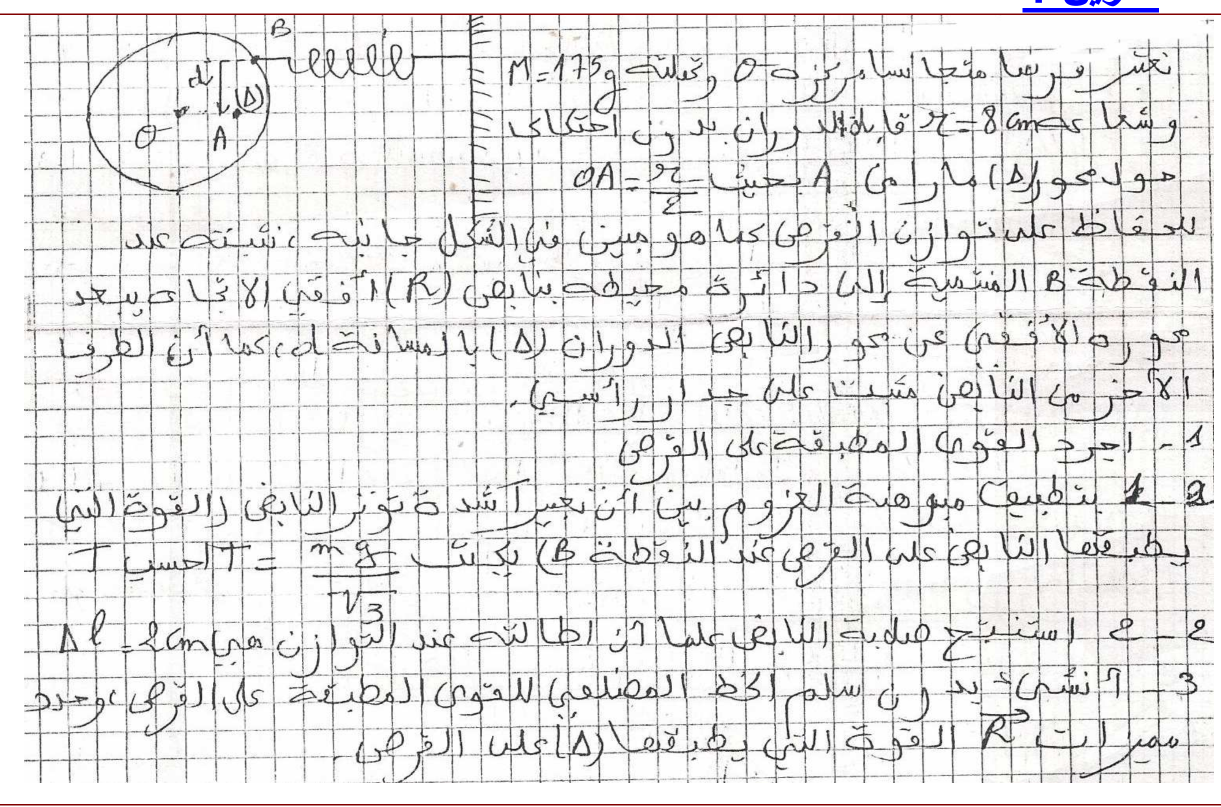
2– دراسة توازن العارضة AB.

2–1– حدد شدة القوة $\vec{F'_2}$ المقرونة بتأثير الخيط (f_2) على العارضة AB ، استنتج.

2–2– بتطبيق الطريقة الهندسية حدد مميزات القوة $\vec{R_2}$ المقرونة بتأثير الطاولة على العارضة AB مستعملا السلم: 1cm يمثل 1N.

2–3– أوجد شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ المطبقة من طرف الطاولة على العارضة AB.

تمرين-4


نعتبر قرصا متجانسا مركزه O وكتلته M=175g وشعاعه r=8cm قابلا للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) مار من A بحيث $OA = \frac{r}{2}$

للحفاظ على توازن القرص كما هو مبين في الشكل جانبه، نشبته عند النقطة B المنتمية إلى دائرة محيطه بنابض (R) أفقي الاتجاه، يبعد محوره الأفقي عن محور الدوران (Δ) بالمسافة d، كما أن الطرف الآخر من النابض مشدود على جدار رأسي.

1- اجرد القوى المطبقة على القرص

2-1- بتطبيق مبرهنة العزوم بين أن تعبير شدة توتر النابض القوة التي يطبقها النابض على القرص عند النقطة B يكتب $T = \frac{mg}{\sqrt{3}}$ احسب T

2-2- استنتج صلابة النابض علما أن اطالته عند التوازن هي $\Delta l = 2cm$

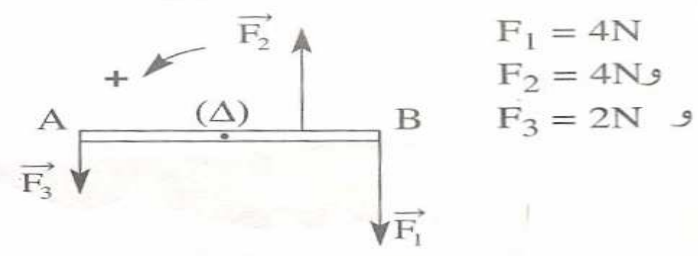
3- أنشئ بدون سلم الخط المضلعي للقوى المطبقة على القرص وحدد مميزات القوة R التي يطبقها (Δ) على القرص.

تمرين-5

تمرين-6من الكتاب المدرسي المسار ص -78

ـ نطبق على ساق متجانسة AB طولها $\ell = 80\ cm$ وكتلتها مهملة، ثلاث قوى $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ و $\vec{F_3}$ رأسية بحيث :

$F_1 = 4N$ و $F_2 = 4N$ و $F_3 = 2N$



محور الدوران أفقي وثابت يمر من مركز الساق.

1 ـ هل القوتان $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ تكوّنان مزدوجة ؟ علل إجابتك

2 ـ مثل الخط المضلعي لتجهات القوى المطبقة على الساق.

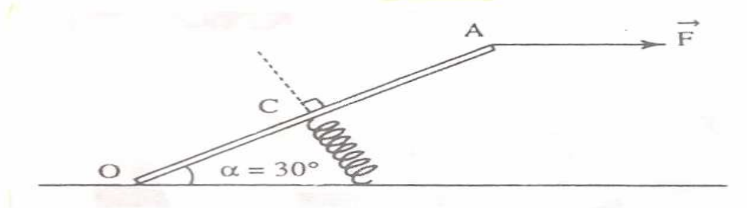
3 ـ أحسب المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على الساق

4 ـ هل يتحقق شرطا التوازن في هذه الحالة ؟ علل إجابتك.

تمرين-6

تمرين-8من الكتاب المدرسي المسار ص -78

يمثل الشكل الموالي دواسة مسرع OA طولها ℓ ووزنها مهمل ويمكنها الدوران حول محور (Δ) أفقي وثابت يمر من O.
نطبق في النقطة A قوة $\vec{F}$ أفقية شدتها $F = 20N$.
تكون الدواسة في توازن عندما يأخذ محور النابض المثبت في وسطها C اتجاها عموديا على OA الذي يكوّن حينئذ الزاوية $\alpha = 30°$ مع المستوى الأفقي.



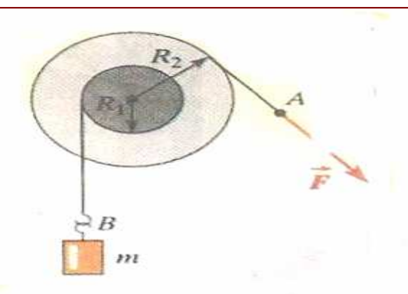
1 ـ اجرد القوى المطبقة على الدواسة وهي في توازن.

2 ـ بتطبيق مبرهنة العزوم أوجد تعبير شدة القوة المطبقة من طرف النابض على الدواسة بدلالة F و α.

3 ـ استنتج قيمة ثابتة صلابة النابض علما أن طول هذا الأخير يتقلص بالقدر 8cm في هذا الوضع.

تمرين-7

تمرين-10 من الكتاب المدرسي المسار ص -78



- نعتبر بكرة متجانسة وذات مجريين، وكتلتها مهملة، وقابلة للدوران حول محور (Δ) أفقي وثابت يمر من مركزها O.

نثبت خيطا غير مدود في المجرى ذي الشعاع R_1 ونشد بنهايته جسما صلبا (S) كتلته m. وللحفاظ على توازن البكرة، نطبق عليها في المجرى ذي الشعاع R_2 قوة $\vec{F}$ تكوّن الزاوية α مع الخط الأفقي ($\alpha = 45°$) انظر الشكل أعلاه.

1 - ما هي القوى المطبقة على البكرة وهي في توازن ؟

2 - أكتب تعبير عزم كل قوة بالنسبة للمحور (Δ).

3 - أوجد قيمة F.

4 - حدد مميزات $\vec{R}$ القوة المطبقة من طرف المحور (Δ).

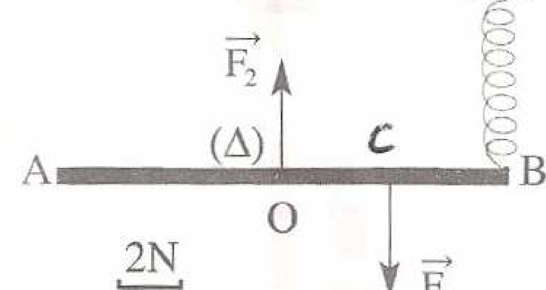
نعطي : $R_2 = 2R_1$; $m = 200\ g$; $g = 10\ N/kg$

تمرين-8

تمرين-11 من الكتاب المدرسي المسار ص -78

نعتبر ساقا صلبة متجانسة طولها $\ell = 1m$ وكتلتها m، قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) ثابت يمر بمركز ثقلها G.

نؤثر على الساق بمزدوجة قوتين ثم نحقق التوازن الأفقي للساق باستعمال نابض.



1 - أُجرد القوى المطبقة على الساق وهي في توازن.

2 - بتطبيق مبرهنة العزوم أوجد الشدة T للقوة التي يمارسها النابض على الساق.

نعطي : $GC = \frac{\ell}{4}$

3 - نغير موضعي تطبيق المزدوجة $(\vec{F}, \vec{F'})$ بحيث تصبح A هي نقطة تأثير $\vec{F_2}$ مع الحفاظ على نفس المسافة بين خطي تأثيرهما ونفس الاتجاه.

1.3 - أنشىء شكل التركيب المحصل عليه.

2.3 - أُحسب من جديد قيمة T. ماذا تستنتج ؟

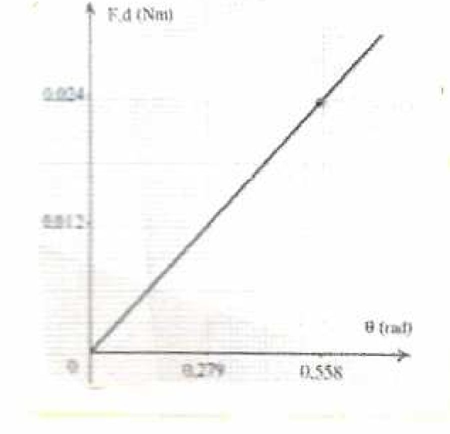
3.3 - ما هي قيمة 'T (شدة القوة التي يطبقها النابض إذا كان مائلا بالزاوية $\alpha = 60°$ بالنسبة للخط الأفقي)، حيث تحافظ الساق على توازنها السابق.

www.moustakim.c.la
moustamaniàhotmail.com

تمرين-9

تمرين-12 من الكتاب المدرسي المسار ص -78

يمثل الشكل أسفله قضيبا متجانسا AB طوله ℓ معلق من منتصفه بسلك فلزي ثابتة ليه C، وثُبت طرفه الآخر إلى حامل. نطبق على القضيب مزدوجة قوتين بحيث يبقى خطا تأثيرهما دوما متعامدين مع القضيب ويوجدان في المستوى الأفقي المار به، فيدور القضيب بالزاوية θ ويلتوي السلك. نغير الشدة F المشتركة لقوتي المزدوجة ونقيس الزاوية θ الموافقة. يمثل الشكل أسفله منحنى تغيرات M (عزم المزدوجة) بدلالة θ.



1- أوجد مبيانيا تعبير M بدلالة θ

2- بتطبيق مبرهنة العزوم، أوجد تعبير C ثابتة لي السلك بدلالة F و ℓ و θ. استنتج قيمة C.

3- نثبت في O من القضيب سلكا آخر مماثلا للسلك الأول من حيث الطول والسمك، والنوع، ونشد طرفه الآخر إلى حامل في النقطة M'، توجد النقط M و O و M' على نفس الخط الرأسي.

عند تطبيق مزدوجة قوتين شدتهما المشتركة $F = 0,5N$ في طرفي القضيب، يلتوي السلكان ويدور القضيب بالزاوية $\theta = 0,279$ rad، احسب C_2 ثابتة لي السلك الثاني.

تمرين-10

نعتبر قرصا متجانسا (D) كتلته $m = 200g$ وشعاعه $r = 10cm$

مرتبطا بعارضة متجانسة OA طولها $l = r = 10cm$ وكتلتها

مهملة وبمر اتجاهها من G مركز قصور القرص (D)، كما

يبين الشكل جانبه.

المجموعة قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) مار من O

عند التوازن يرتكز القرص على حامل ثابت رأسي، وتكون العارضة

OA زاوية $\theta = 60°$ مع الحامل. نعطي: $g = 10 N.kg^{-1}$

1- ذكر بالشروط العامة للتوازن.

2- أجرد القوى المطبقة على المجموعة المدروسة

3.1- علما أن التماس بين القرص والحامل يتم بدون احتكاك مثل على الشكل بدون سلم القوى المطبقة على المجموعة.

3.2- بتطبيق مبرهنة العزوم، أوجد شدة القوة $(B, \vec{F})$ التي يطبقها الحامل على المجموعة المدروسة.

4.1- مثل، بالسلم $1cm \rightarrow 0,5N$، الخط المضلعي للقوى المطبقة على المجموعة المدروسة.

4.2- حدد مميزات القوة $(O, \vec{R})$ المقرونة بتأثير المحور (Δ) على المجموعة.

www.moustakim.c.la
moustamaniàhotmail.com

تمرين-11

يتكون التركيب الممثل في الشكل من :

* عارضة AB متجانسة طولها L وكتلتها مهملة قابلة للدوران حول محور (Δ) ثابت يمر من طرفها A .

* نابض (R) ذي لفات غير متصلة، كتلته مهملة وصلابته k، تُثبّت أحدُ طرفيه في النقطة C، بحيث: $AC = \frac{3}{4}L$، وتُثبّت الطرف الآخر بالنقطة D .

* خيط f كتلته مهملة وغير ممدود تُثبّت أحدُ طرفيه في النقطة B وعُلّق في الطرف الآخر جسم (S) كتلته $m = 0,6\ kg$.

عندما تتحقق التوازن، تكون المجموعة في المستوى الرأسي، وتكوّن العارضة زاوية $\alpha = 45°$ مع الجدار، ويكون النابض أفقيا إطالته : $\Delta l = 0,1\ m$.

نعطي : $g = 10\ N.kg^{-1}$

1- أجرد القوى المطبقة على العارضة .

2- أوجد تعبير شدة توتر النابض F بدلالة m و g و α، واحسب قيمتها

3- أحسب قيمة k .

4- حدد مميزات مجمعة القوة التي يطبقها المحور (Δ) على العارضة، واستنتج طبيعة التماس بين المحور (Δ) والعارضة .

www.moustakim.c.la

حلول تمارين توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت

تمرين-1

1- جرد القوى

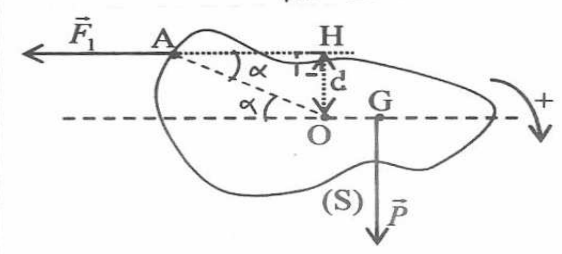
تخضع (S) للقوى التالية :

$(G,\vec{P})$ وزنه .

$(A,\vec{F_1})$

$(O,\vec{R})$ القوة التي يطبقها المحور (Δ) .

2.1 - تعبير عزم القوة $\vec{F_1}$:



* يعبر عن عزم قوة $\vec{F}$ بالعلاقة :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \pm F \times d .$$

بالنسبة للقوة $\vec{F_1}$ ، نجد : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = -F_1 . d$

باعتبار المثلث OHA قائم الزاوية ، نكتب :

$$\sin\alpha = \frac{d}{OA} \Rightarrow d = OA \sin\alpha .$$

مع : $OA = \frac{3}{2} d_1$ ، إذن ، يصبح تعبير عزم القوة $\vec{F_1}$ هو :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -\frac{3}{2} F_1 \times d_1 . \sin\alpha$$

2.2 - تعبير عزم الوزن $\vec{P}$:

يعبر عن عزم الوزن $\vec{P}$ بالعلاقة :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = + P \ OG$$

مع : $OG = d_1$ ، نستنتج إذن :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = mg \times d_1 .$$

2.3 - مبرهنة العزوم :

إذا كان جسم صلب ، قابل للدوران حول محور ثابت ، في حالة توازن ، فإن مجموع عزوم القوى المطبقة على الجسم بالنسبة لمحور الدوران يكون منعدمًا .

2.4 - شدة القوة $\vec{F}$:

نطبق مبرهنة العزوم (الشرط الثاني للتوازن) : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_i}) = 0$

ومنه : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه $\vec{R}$ يقطع Δ محور الدوران .

إذن : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = 0$

أي : $mg . d_1 - \frac{3}{2} F_1 . d_1 . \sin\alpha = 0$

إذن : $mg . d_1 = \frac{3}{2} F_1 . d_1 . \sin\alpha$

وبالتالي : $F_1 = \frac{2mg}{3 \sin\alpha}$

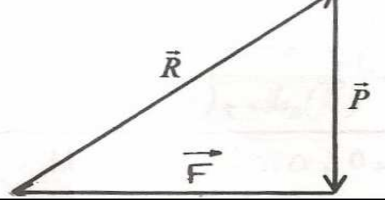
ت.ع : $F = \frac{0,3 \times 10 \times 2}{3 \times \sin 30°} = 4N$

3.1 - الخط المضلعي :

* نمثل $\vec{P}$ بسهم رأسي طوله 3cm .

* نمثل $\vec{F}$ بسهم أفقي نحو اليمين طوله 4cm

* ثم نغلق الخط المضلعي بسهم نمثل $\vec{R}$.



www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

3.2 ـ شدة القوة $\vec{R}$:	إذن ، نحسب علاقة فيثاغورس، فإن:
* الطريقة الأولى : نقيس طول السهم الممثل للقوة $\vec{R}$، فنجد: 5,0 cm وحسب السلم المستعمل: $R = 5,0N$	$R^2 = P^2 + F^2$
* الطريقة الثانية: الخط المضلعي مثلث قائم الزاوية؛	$R = \sqrt{P^2 + F^2}$ $R = \sqrt{3^2 + 4^2}$ $\sqrt{25}$ $R = 5,0N$

تمرين-2

تمرين ①

1)

• $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = 0$

اتجاه $\vec{F_1}$ يتقاطع مع (Δ)

• $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) = -F_2 d_2$

$d_2 = R \sin\alpha_2$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) = -F_2 R \sin\alpha_2$

$R = 20cm = 0,2m$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) = -3,86 Nm$

• $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_3}) = -F_3 \cdot d_3$

$d_3 = R \sin\alpha_3$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_3}) = -F_3 R \sin\alpha_3$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_3}) = -4,6 Nm$

$\alpha_3 = 50°$; $\alpha_2 = 40°$; $F_1 = F_2 = F_3 = 30N$

2) $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_i}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_3})$

$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_i}) = 0 - 3,86 - 4,6$

$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_i}) = -8,46 Nm$

تمرين ②

①

A_1, $\vec{F_1}$, (Δ), A_2, $\vec{F_2}$, A_3, $\vec{F_3}$

www.moustakim.c.la

تمرين-3

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = 1{,}2 \cdot 2{,}3\,10^{-2} \cdot 1{,}2$ =0.0276Nm

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) = 0$ خط تأثير $\vec{F_2}$ يتقاطع مع (Δ)

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_3}) = -3{,}1\,10^{-2} \times 2{,}2 = -0{,}0682\,Nm$

تمرين-4

1- جرد القوى :

تخضع الساق لثلاث قوى هي :

* وزن الساق : $(G, \vec{P})$.
* القوة التي يطبقها النابض : $(C, \vec{T})$.
* القوة التي يطبقها المحور (Δ) : $(B, \vec{R})$

2- تمثيل اتجاهات القوى :

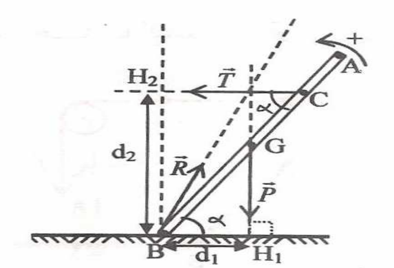
بما أن الساق في توازن، فإن اتجاهات القوى الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة.

* نمثل أولاً اتجاه $\vec{P}$ وهو رأسي ومار من G.
* نمثل ثانياً اتجاه $\vec{T}$ وهو أفقي ويقطع اتجاه $\vec{P}$ عند النقطة I.
* وأخيراً نمثل اتجاه $\vec{R}$ الذي يمر من I نقطة تقاطع اتجاهي $\vec{P}$ و $\vec{T}$.

3- إثبات تعبير شدة توتر النابض T:

بما أن الساق في توازن، وحسب الشرط الثاني للتوازن، لدينا :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0 \quad (1)$$



$\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه $\vec{R}$ يقطع محور الدوران.

* عزم وزن الساق : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -P.d_1$

مع : $d_1 = BH_1$. وباعتبار المثلث GH_1B قائم الزاوية نجد :

$$\cos\alpha = \frac{d_1}{BG} \Rightarrow d_1 = BG.\cos\alpha$$

ومنه : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mg.BG\cos\alpha$

* عزم توتر النابض : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = +T.d_2$

مع : $d_2 = BH_2$، وباعتبار المثلث BH_2C قائم الزاوية نجد :

$$\sin\alpha = \frac{d_2}{BC} \Rightarrow d_2 = BC.\sin\alpha.$$

ومنه : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = T.BC.\sin\alpha$

نكتب العلاقة 1 :

$$T.BC.\sin\alpha - mg.BG\cos\alpha = 0$$

حيث $BG = \frac{\ell}{2}$ و $BC = \frac{\ell}{3}$

ومنه : $T \times \frac{\ell}{3}.\sin\alpha - mg.\frac{\ell}{2}.\cos\alpha = 0$

أي : $\frac{1}{3}T.\sin\alpha = \frac{mg}{2}\cos\alpha$

$$T.\sin\alpha = \frac{3mg}{2}.\cos\alpha.$$

إذن : $T = \frac{3}{2}.\frac{mg.\cos\alpha}{\sin\alpha}$

ت.ع : $T = \frac{3 \times 0{,}82 \cdot 10 \times \cos 45°}{2 \times \sin 45°} = 12{,}3\,N$

4- قيمة ثابتة الصلابة :

لدينا : $T = k\Delta\ell$; إذن : $k = \frac{T}{\Delta\ell}$

ت.ع : $k = \frac{12{,}3}{6{,}0.10^{-2}} = 205$

$k = 2{,}05\,10^{2}\,N.m^{-1}$

4- مميزات القوة $\vec{R}$:

بما أن القوتين $\vec{T}$ و $\vec{P}$ عموديتان على بعضهما البعض، فإننا نمثل الخط المضلع

تمرين-5

العارضة في حالة توازن ومنه (مبرهنة العزوم)

$\sum M_\Delta(\vec{F_i}) = 0$

$M_\Delta(\vec P)+M_\Delta(\vec R)+M_\Delta(\vec T)=0$

خط تأثير القوة $\vec R$ يتقاطع مع محور الدوران $M(\vec R)=0$

$M_\Delta(\vec P) = -Pd$ $\quad d = AG\cos\alpha$.

$M_\Delta(\vec P) = -mg\,AG\cos\alpha$.

$M_\Delta(\vec T) = T.AB = T.2AG$.

$\sum M_\Delta(\vec F_i)=0 - mg\,AG\cos\alpha + T.2AG = 0$

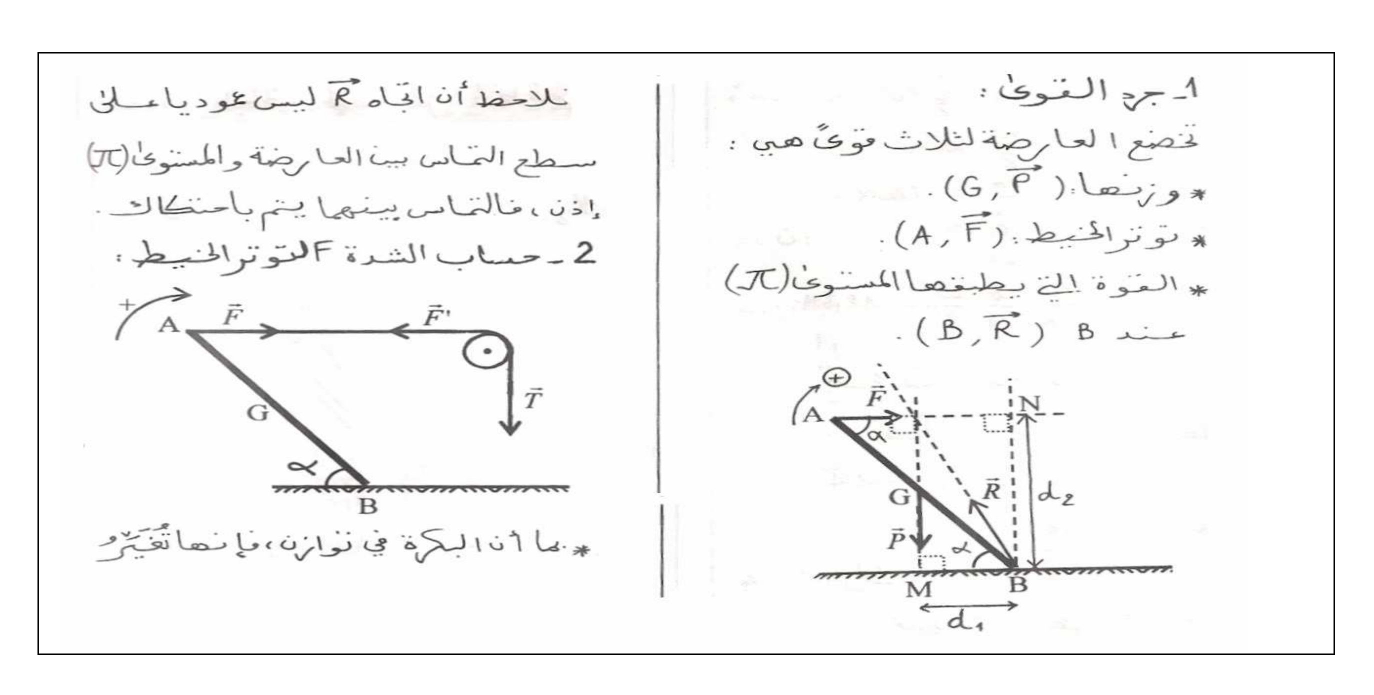
(2) $T = \frac{m\cdot g\cos\alpha}{2}$

$T = \frac{0,3\times 10\cos 45}{2} = 1,06N$

2) نعلم أن $T = K\Delta l$ ومنه $\Delta l = \frac{T}{K}$

ت.ع: $\Delta l = 2,65cm$

تمرين-6



1- جرد القوى :

تخضع العارضة لثلاث قوى هي :

* وزنها: $(G,\vec P)$.
* توتر الخيط: $(A,\vec F)$.
* القوة التي يطبقها المستوى (π) عند B $(B,\vec R)$.

نلاحظ أن اتجاه $\vec R$ ليس عموديا على سطح التماس بين العارضة والمستوى (π) إذن، فالتماس بينهما يتم باحتكاك.

2- حساب الشدة F لتوتر الخيط :

* بما أن البكرة في توازن، فإنها تغيّر

اتجاه القوة دون تغيير شدتها أي أن:

$F' = T = 5,2\,N$

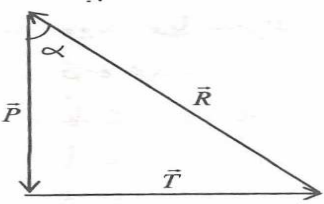
3 - تحديد قيمة الزاوية α :

بتطبيق مبرهنة العزوم على العارضة

بدون سلم. نمثل أولاً $\vec{P}$ ثم $\vec{T}$

وأخيرًا السهم الممثل لـ $\vec{R}$ والذي

يغلق الخط المضلعي



* مميزات $\vec{R}$

** نقطة التأثير: B .

** الاتجاه يكوّن زاوية α مع الخط

الرأسي، حيث: $\tan\alpha = \frac{T}{P} =$

إذن: $\alpha = 47,7°$

** المنحى: إلى الأعلى نحو اليسار

** الشدة: $R = \sqrt{P^2 + T^2}$

$R = 14,8\,N$

تمرين-7

1 - الجسم في توازن بتطبيق مبرهنة العزوم عليه:

$$\sum M_\Delta = 0$$

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T}) = 0$$

خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع (Δ) : $M_\Delta(\vec{R}) = 0$

$$M_\Delta(\vec{P}) = -P.\frac{AB}{2}\sin\beta = -P.d \quad \text{(المثلث AOG)}$$

$$M_\Delta(\vec{T}) = T.AB.\sin\alpha = T.d' \quad \text{(المثلث AO'B)}$$

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T}) = 0$$

$$-mg\frac{AB}{2}\sin\beta + 0 + T.AB\sin\alpha = 0$$

$$mg.\frac{AB}{2}\sin\beta = T.AB\sin\alpha$$

$$T = \frac{1}{2}mg\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \qquad g = 10\,N/kg$$

ت ع:

$$T = \frac{1}{2}\,2\times10\,\frac{\sin 60}{\sin 30}$$

$$T = 17,32\,N$$

2) مميزات القوة $\vec{R}$:

- نقطة التأثير: النقطة A

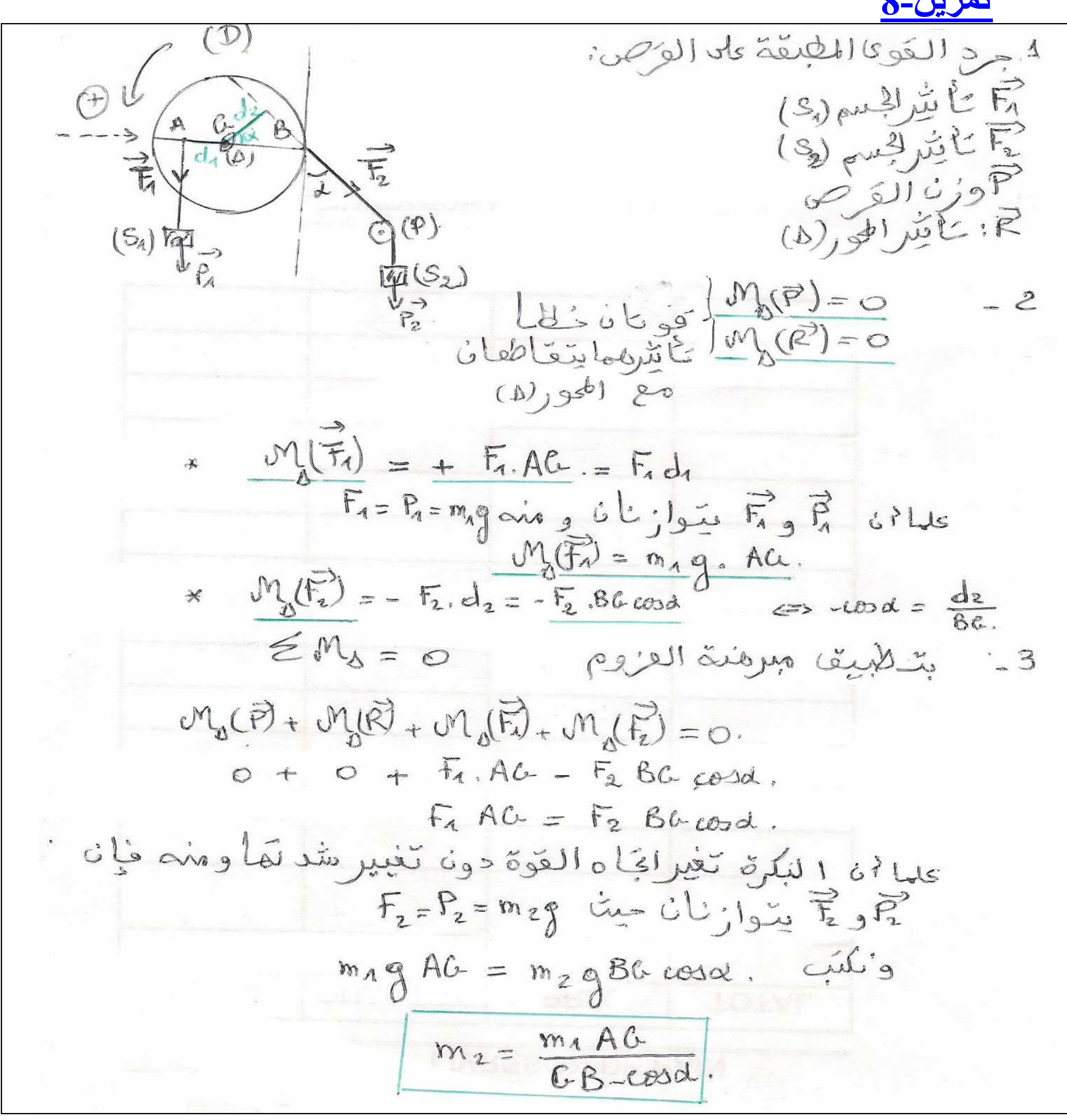
- المنحى: من الأسفل إلى الأعلى

- الاتجاه: خطوط التأثير للقوى الثلاث $\vec{P}$ و $\vec{T}$ و $\vec{R}$ متلاقية في نقطة O".

(أنظر الشكل) يكون زاوية α مع الخط الرأسي.

- مبيانيا نجد $R = 8,8\,N$

تمرين-8



1- جرد القوى المطبقة على القرص:

$\vec{F_1}$ تأثير الجسم (S_1)

$\vec{F_2}$ تأثير الجسم (S_2)

$\vec{P}$ وزن القرص

$\vec{R}$: تأثير المحور (Δ)

2- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})=0$ ، $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})=0$ قوتان خطا تأثيرهما يتقاطعان مع المحور (Δ)

* $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = +F_1 . AG = F_1 d_1$

علما أن $\vec{P_1}$ و $\vec{F_1}$ يتوازنان ومنه $F_1 = P_1 = m_1 g$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = m_1 g . AG$

* $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) = -F_2 . d_2 = -F_2 . BG\cos\alpha$ $\Leftrightarrow$ $\cos\alpha = \frac{d_2}{BG}$

3- بتطبيق مبرهنة العزوم $\sum \mathcal{M}_\Delta = 0$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) = 0$

$0 + 0 + F_1 . AG - F_2\, BG\cos\alpha$

$F_1\, AG = F_2\, BG\cos\alpha$

علما أن البكرة تغير اتجاه القوة دون تغيير شدتها ومنه فإن $\vec{P_2}$ و $\vec{F_2}$ يتوازنان حيث $F_2 = P_2 = m_2 g$

ونكتب $m_1 g\, AG = m_2 g\, BG\cos\alpha$

$$m_2 = \frac{m_1\, AG}{GB\cos\alpha}$$

تمرين-9

1- جرد القوى:

العارضة AB في توازن تحت تأثير 3 قوى هي:

* وزنها $(G,\vec{P})$.
* توتر الخيط $(A,\vec{T})$.
* القوة التي يطبقها المحور (Δ) $(\ ,\vec{R})$

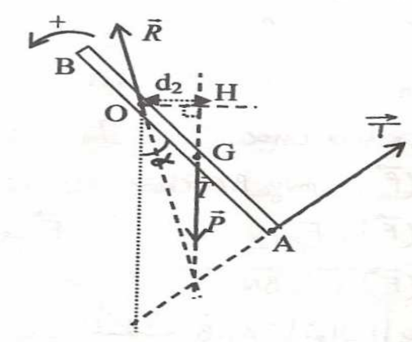
2- شرطا التوازن:

عندما يكون جسم صلب في توازن تحت تأثير عدة قوى، فإن:

* المجموع الشعاعي لهذه القوى منعدم: $\sum \vec{F} = \vec{0}$
* المجموع الجبري لعزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران (Δ) منعدم: $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 0$

3- تعبير T شدة توتر الخيط :

لِنُمَثِّل اتجاهات مختلف القوى المطبقة على الساق .



* بتطبيق الشرط الثاني للتوازن (مبرهنة العزم)، نكتب :

$$(1)\quad \mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})=0$$

مع : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})=0$ لأن اتجاه القوة $\vec{R}$ يقطع محور الدوران .

* عزم $\vec{T}$: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{T})=T\times d_1$

حيث : $d_1=OA \rightarrow d_1=BA-BO$

$$\Rightarrow d_1=\ell-\frac{\ell}{4} \rightarrow d_1=\frac{3}{4}\ell .$$

* عزم $\vec{P}$: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})=-P\times d_2$

باعتبار المثلث OHG قائم الزاوية نجد :

$$d_2=OH=OG.\sin\alpha$$

من جهة أخرى : $OG=BG-OB=\frac{\ell}{2}-\frac{\ell}{4}=\frac{\ell}{4}$

نكتب إذن العلاقة (1) من جديد :

$$T.d_1-P.d_2 \Rightarrow T=\frac{P.d_2}{d_1}$$

أي : $T=\frac{mg.OG.\sin\alpha}{OA}$

$$T=\frac{mg.\frac{\ell}{4}.\sin\alpha}{\frac{3}{4}.\ell}=\frac{mg.\sin\alpha}{3}$$

ت ع : $T=\frac{0,85.10.\sin 45°}{3}=2,0N$

4- حساب صلابة النابض k :

* بما أن كتلة الخيط مهملة، فإن $T=T'$

* بما أن البكرة في توازن، فإنها تغير اتجاه القوة دون تغيير للشدة :

وعليه فإن : $T'=F$ وإذن $F=T$

ت ع : $F=2,0N.$

نعلم أن $F=k.\Delta\ell$

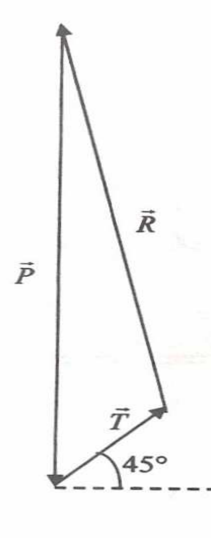
$$\Rightarrow k=\frac{F}{\Delta\ell} \Rightarrow k=40N.m^{-1}.$$

5- شدة القوة $\vec{R}$:

* نمثل أولا السهم الممثل لـ $\vec{P}$ ذي الطول : 8,2cm (حسب السلم : $1cm\rightarrow 1N$)

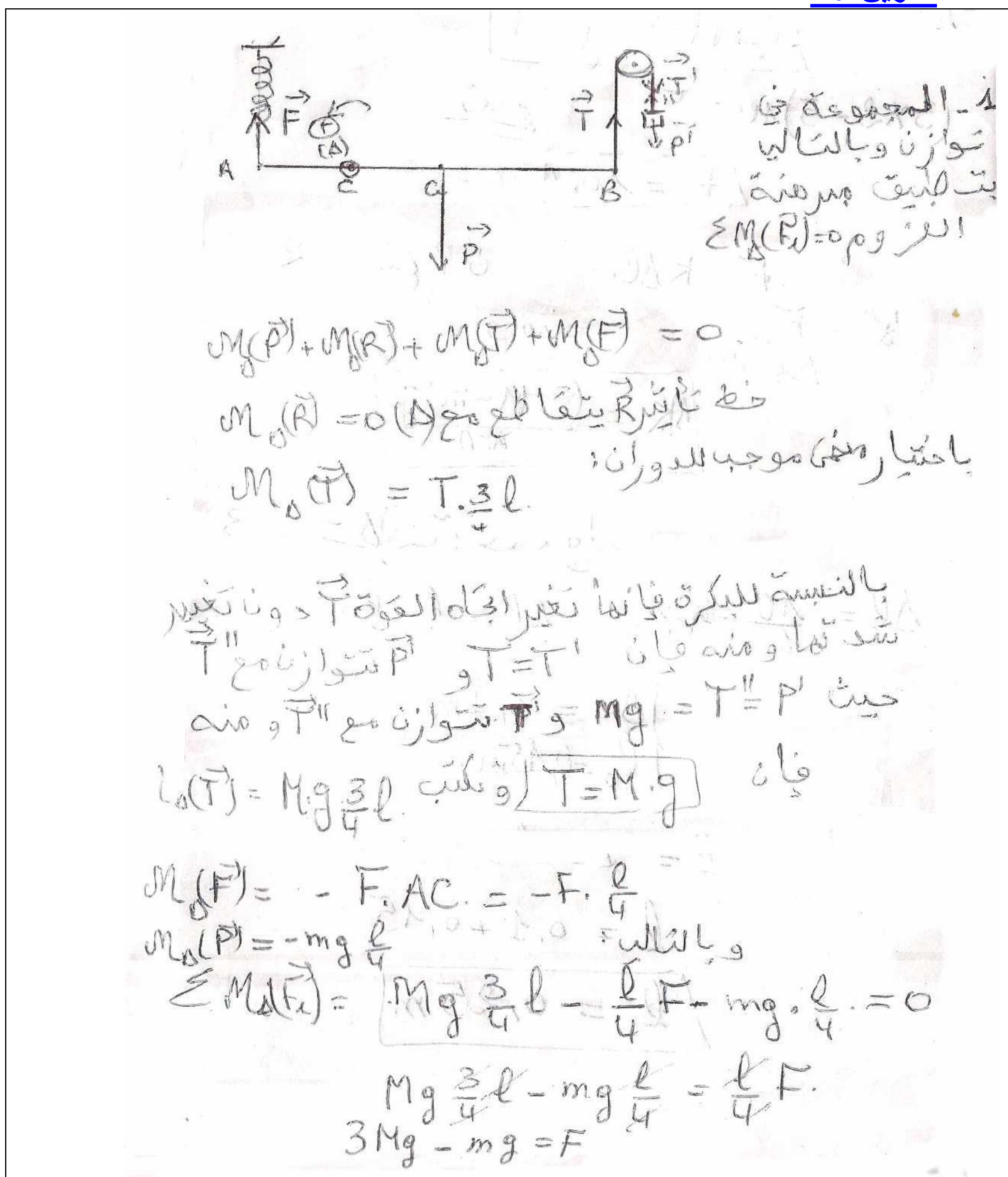
* نمثل سهما يمثل $\vec{T}$ منطلقا من رأس $\vec{P}$ بكون اتجاهه مع الخط الأفقي زاوية $\alpha=45°$ (نحسب بالمنقلة) ويكون طوله 2cm .

* وفي الأخير نمثل سهما أصله عند رأس $\vec{T}$ ويغلق الخط المضلعي .



نقيس بالمسطرة طول السهم $\vec{R}$، نجد 7,2cm .

ومنه وحسب السلم، فإن شدة القوة $\vec{R}$ هي : $R=7,2\,N$.



1- المجموعة في توازن وبالتالي بتطبيق مبرهنة العزوم $\Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec F_i)=0$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec P)+\mathcal{M}_\Delta(\vec R)+\mathcal{M}_\Delta(\vec T)+\mathcal{M}_\Delta(\vec F)=0$$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec R)=0$ خط تأثير $\vec R$ يتقاطع مع (Δ)

باختيار منحى موجب للدوران:

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec T)=T.\frac{3}{4}l$$

بالنسبة للبكرة فإنها تغير اتجاه القوة $\vec T$ دون تغيير شدتها ومنه فإن $T=T'$ و $\vec P'$ تتوازن مع $\vec T''$

حيث $P'=T''=Mg$ و $\vec T'$ تتوازن مع $\vec T''$ ومنه

فإن $T=M.g$ ونكتب $\mathcal{M}_\Delta(\vec T)=M.g\frac{3}{4}l$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec F)=-F.AC=-F.\frac{l}{4}$$

وبالتالي $\mathcal{M}_\Delta(\vec P)=-mg\frac{l}{4}$

$$\Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec F_i)=Mg\frac{3}{4}l-\frac{l}{4}F-mg.\frac{l}{4}=0$$

$$Mg\frac{3}{4}l-mg\frac{l}{4}=\frac{l}{4}F$$

$$3Mg-mg=F$$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

$$\bullet\quad \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = -F\,d \qquad d = OA\sin\alpha$$

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = -F.OA\sin\alpha$$

$$\bullet\quad \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F'}) = F'.OC = F'.\frac{OA}{2}$$

من خلال المبرهنة نجد

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F'}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

$$F'\frac{OA}{2} - F.OA\sin\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{F' = 2F.\sin\alpha}$$

$$F' = 2 \times 20 \times \sin 30$$

$$\boxed{F' = 20N}$$

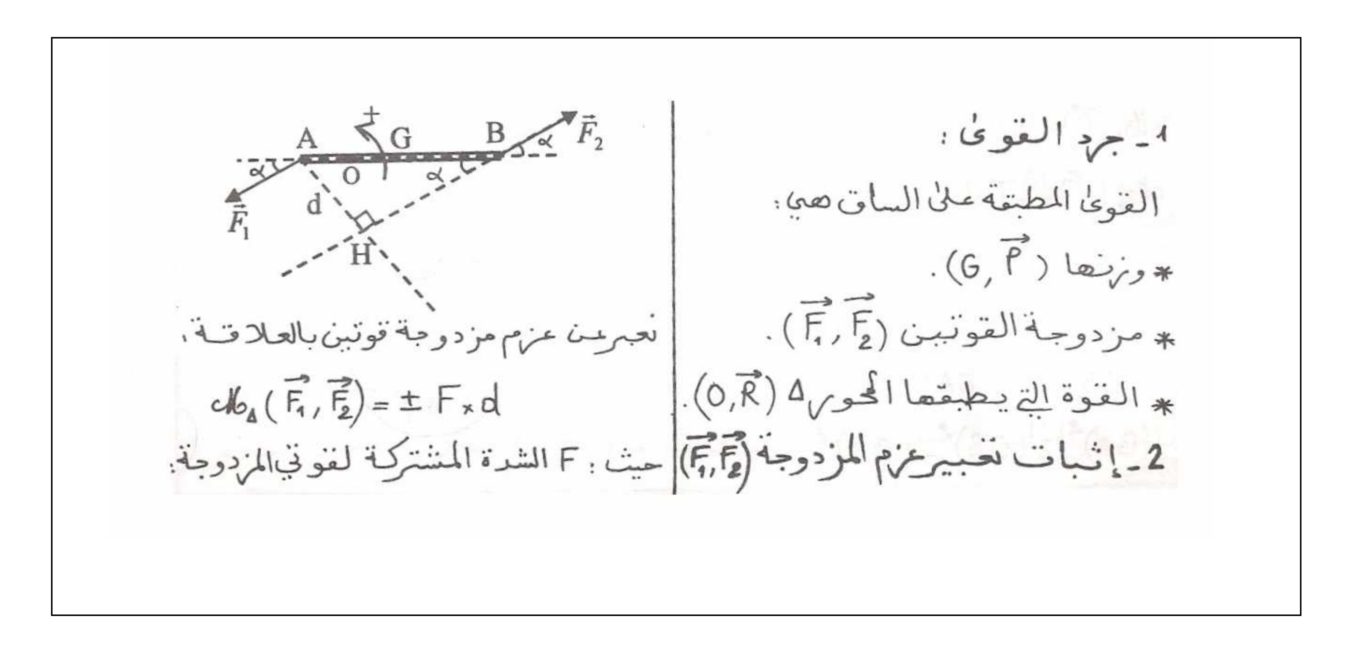
3 - نعلم أن $F' = K\Delta l$ ومنه $\boxed{K = \frac{F'}{\Delta l}}$

ت ع :

$$K = \frac{20}{8\cdot10^{-2}}$$

$$\boxed{K = 250\ Nm^{-1}}$$

تمرين-11


1- جرد القوى :

القوى المطبقة على الساق هي:

* وزنها $(G, \vec{P})$.

* مزدوجة القوتين $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$.

* القوة التي يطبقها المحور Δ $(O, \vec{R})$.

2- إثبات تعبير عزم المزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$

تعريف عزم مزدوجة قوتين بالعلاقة :

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F_1}, \vec{F_2}) = \pm F \times d$$

حيث : F الشدة المشتركة لقوتي المزدوجة.

$F_1 = F_2 = F$

$d = AH$ المسافة الفاصلة بين اتجاهي القوتين $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$.

باعتبار المنحى الموجب، نلاحظ أن $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2})$ موجب : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2}) = F_1.AH$

باعتبار المثلث AHB القائم الزاوية في H نكتب: $\sin\alpha = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB.\sin\alpha$

مع: $AB = \ell$، نجد: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2}) = F_1.\ell\sin\alpha$

3- تحديد قيمة الشدة F_1:

بتطبيق مبرهنة العزوم (الشرط الثاني للتوازن)، نرمز لـ $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2})$ بالحرف $\mathcal{M}$.

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M} = 0 \quad (1)$$

مع: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه $\vec{R}$ يقطع محور الدوران.

* عزم $\vec{P}$: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mg.OG$

حيث $OG = AG - AO = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{4}$

أي أن: $OG = \frac{\ell}{4}$

ومنه: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mg.\frac{\ell}{4}$

نكتب العلاقة (1) من جديد كما يلي:

$$-mg.\frac{\ell}{4} + F_1.\ell.\sin\alpha = 0$$

إذن: $F_1.\ell.\sin\alpha = mg.\frac{\ell}{4}$

ومنه: $F_1 = \frac{mg}{4.\sin\alpha}$

ت ع: $F_1 = \frac{0,4 \times 10}{4 \times \sin 30°} = 2,0\,N$

4- مميزات $\vec{R}$:

العارضة في توازن تحت تأثير أربع قوى، إذن: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{0} \quad (1)$

لـ $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ اتجاهان متوازيان ومنحيان متعاكسان ونفس الشدة

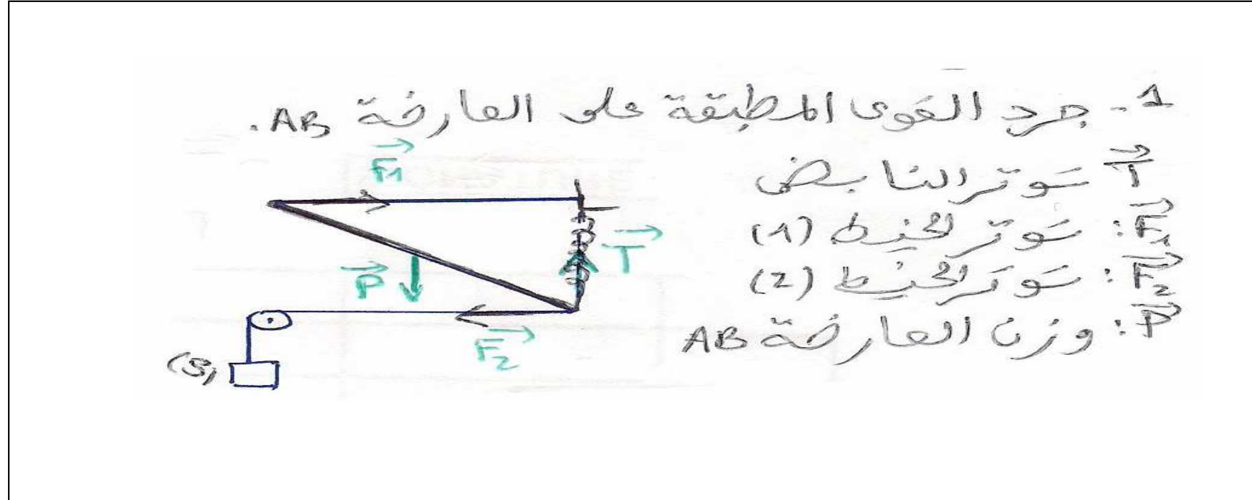
إذن: $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{0}$

ومنه، نكتب العلاقة (1) من جديد: $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Leftarrow \vec{R} = -\vec{P}$

ومنه، مميزات $\vec{R}$ هي:

* نقطة التأثير: O
* الاتجاه: الخط الرأسي.
* المنحى: نحو الأعلى (معاكس لمنحى $\vec{P}$).
* الشدة: $R = P = mg \Leftarrow R = 4,0N$.

تمرين-12



2 - نعلم أن $F_1 = 4N$ ونعلم أن

• البكرة تغير اتجاه القوة ولا تغير شدتها ومنه تكون لـ $\vec{F_2}$ نفس شدة وزن الجسم (S)

إذن $F_2 = m'g$ ت.ع $F_2 = 0{,}4 \times 10$ $F_2 = 4N$.

وبالتالي فإن $F_1 = F_2 = 4N$ والقوتان $\vec{F_1}'$ و $\vec{F_2}'$ منحيان متعاكسان عضما إذن يكونان مزدوجة قوتين $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$

• وكذلك وزن العارضة هو $P = mg \Leftarrow P = 8N$ أي أن لـ $\vec{P}$ نفس الشدة مع توتر النابض $\vec{T}$ ومنه $P = T = 8N$ وللمتجهة $\vec{P}$ والمتجهة $\vec{T}$ منحيان متعاكسان وبالتالي فهما يكونان مزدوجة قوتين $(\vec{P}, \vec{T})$ العارضة خاضعة لمزدوجتين $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ و $(\vec{P}, \vec{T})$.

3 - بتطبيق مبرهنة العزوم نجد $\sum M_\Delta(\vec{F_i}) = 0$

نختار محور الدوران عند النقطة B ونختار موجب للدوران.

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}, \vec{F_2}) + \mathcal{M}(\vec{P}, \vec{T}) = 0$.

مجموع المزدوجتان منعدم لأن الوضع المحور (Δ)

$\mathcal{M}(\vec{P}, \vec{T}) = P \cdot \cos\alpha \cdot \frac{AB}{2} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) \cdot d$.

$\mathcal{M}(\vec{F_1}, \vec{F_2}) = F_1 \cdot d' = -F_1 \, AB \sin\alpha$

$P\cos\alpha \cdot \frac{AB}{2} - F_1 \, AB \sin\alpha = 0$

$P\cos\alpha = 2F_1 \sin\alpha \Rightarrow \frac{P}{2F_1} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$.

$P = 2F_1 = 8N \Rightarrow \frac{P}{2F_1} = 1$

ومنه $\operatorname{tg}\alpha = 1 \Rightarrow \boxed{\alpha = 45°}$

تمرين-13

1 - جرد القوى:

تخضع العارضة في توازنها الجديد للقوى والمزدوجات التالية:

* وزنها $(G, \vec{P})$.
* تأثير السلك $(G, \vec{R})$.
* مزدوجة القوتين $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$.
* مزدوجة اللي التي تقاوم لي السلك.

2 - حساب الشدة المشتركة للمزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$:

لدينا: $F_1 = k_1 \cdot \Delta\ell$

مع إطالة النابض: $\Delta\ell = \ell - \ell_0$

ومنه: $F_1 = k_1(\ell - \ell_0)$

$F_1 = 40(0{,}2 - 0{,}15) \Rightarrow F_1 = 2{,}0N$.

للقوتين المكونتين للمزدوجة نفس الشدة ومنه: $F_1 = F_2 = 2{,}0N$

3 - إثبات تعبير C ثابتة لي السلك:

حسب مبرهنة العزوم لدينا :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_c = 0 \quad (1)$$

مع $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})=0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})=0$ لأن اتجاههما يقطع محور الدوران.

و $\mathcal{M}(\vec{F_1},\vec{F_2}) = +F_1\times d = F_1.MN$

$\mathcal{M}_c$ عزم مزدوجة اللّي ويُعبّر عنه بالعلاقة: $\mathcal{M}_c = -C\theta$.

حيث C ثابتة ليّ السلك و θ زاوية الدوران.

نكتب، إذن، العلاقة (1) من جديد :

$F_1.MN - C\theta = 0 \Rightarrow F_1.MN = C\theta$

مع : $MN = L$ و $F_1 = k_1(\ell-\ell_0)$

نجد: $C.\theta = k_1(\ell-\ell_0).L \Rightarrow C = \frac{k_1(\ell-\ell_0).L}{\theta}$

$C = \frac{40(0,2-0,15).0,5}{0,2} \Rightarrow C = 5,0\,N.m.rad^{-1}$

تمرين-14

1- جرد القوى :

القرص في توازن تحت تأثير القوى والمزدوجات التالية:

* وزنه $(O,\vec{P})$.
* تأثير السلك $(O,\vec{R})$.
* المزدوجة $(\vec{F_1},\vec{F_2})$.
* مزدوجة اللّي التي تقاوم ليّ السلك.

2- عزم المزدوجة $(\vec{F_1},\vec{F_2})$:

باعتبار المنحى الموجب، يُعبّر عن عزم المزدوجة $(\vec{F_1},\vec{F_2})$ بالعلاقة:

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2}) = F_1.d = F_2.d$.

لأن: $F_1 = F_2 = F$

مع: $d = AB = 2r$

وعليه، فإن: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2}) = F_1.2r$

3- تعبير $\mathcal{M}_c$ عزم مزدوجة اللّي :

بتطبيق الشرط الثاني للتوازن، نكتب:

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2})+\mathcal{M}_c=0$

مع $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})=0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})=0$

لأن اتجاههما يقطع محور الدوران.

لدينا إذن: $\mathcal{M}_c + F_1.2r = 0$

ومنه: $\mathcal{M}_c = -2F_1.r$

العزم $\mathcal{M}_c$ سالب، مما يدل على أن مزدوجة اللّي تقاوم ليّ السلك.

4- تعبير C ثابتة ليّ السلك:

نعلم أن: $\mathcal{M}_c = -C.\theta$

وحسب السؤال السابق، لدينا:

$\mathcal{M}_C = -2F_1 . r$

إذن: $-C\theta = -2F_1 . r$

$C = \dfrac{2F_1 . r}{\theta}$

5.1- حساب قيمة C:

نعلم أن: $\mathcal{M}_C = -C\theta$

إذن: $C = -\dfrac{\mathcal{M}_C}{\theta}$

من المبيان أن عند $\theta = 0,2 rad$، يكون $\mathcal{M}_C = -16.10^{-2} N.m$

ت ع: $C = -\dfrac{(-16.10^{-2})}{0,2} = 0,80 N.m/rad$

5.2- حساب F_1 الشدة المشتركة للمزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$:

حسب السؤال (4): $C = \dfrac{2F_1 . r}{\theta}$

ومنه: $F_1 = \dfrac{C\theta}{2.r}$

وبما أن السلك ملتو بزاوية $\theta = 0,5 rad$

حسب نص التمرين، فإن: $F_1 = \dfrac{0,80 . 0,5}{2 . 0,1}$

$\rightarrow F_1 = 2,0 N$

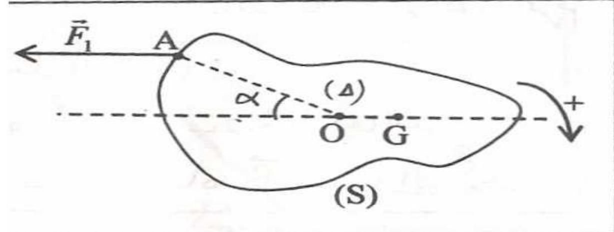
www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمارين توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت

تمرين-1

نعتبر جسماً صلباً (S) مسطحاً كتلته $m=300g$ قابلاً للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) أفقي وثابت يمر من النقطة O التي تبعد عن مركز قصوره G بالمسافة $OG=d_1$.

للحفاظ على توازن الجسم (S)، نطبق في النقطة A قوة $\vec{F_1}$ شدتها ثابتة وتجهتها أفقية كما يبين الشكل أسفله.



يكون المستقيم OA زاوية $\alpha=30°$ مع المستوى الأفقي. نعطي: $g=10N/kg$

1- أجرد القوى المطبقة على الجسم (S).

2.1- أوجد تعبير عزم القوة $\vec{F_1}$ بالنسبة للمحور (Δ) بدلالة F_1 و d_1 و α. نعطي: $OA=\frac{3}{2}d_1$

2.2- أوجد تعبير عزم وزن الجسم بالنسبة للمحور (Δ) بدلالة m و g و d_1.

2.3- أعط نص مبرهنة العزوم.

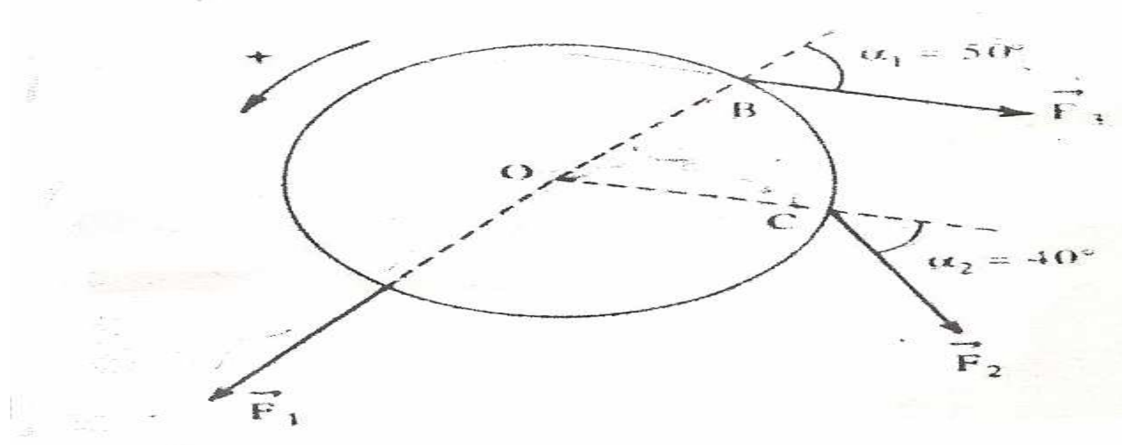
2.4- بتطبيق هذه المبرهنة حدد شدة القوة $\vec{F_1}$.

3.1- أنشئ الخط المضلعي للقوى المطبقة على (S) بالسلم: $1cm \to 1N$

3.2- حدد بطريقتين مختلفتين شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها محور الدوران (Δ) على (S).

تمرين-2

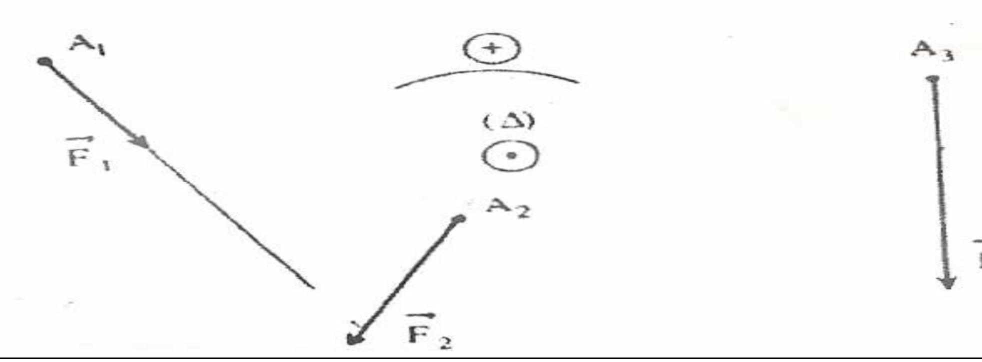
نطبق على قرص، شعاعه $r = 20\ cm$، ثلاث قوى لها نفس الشدة $F = 30\ N$ وتوجد في نفس المستوى الرأسي مع القرص (أنظر الشكل)



1- احسب عزم كل قوة بالنسبة للمحور (Δ) افقي ثابت يمر من مركز القرص

2- احسب المجموع الجبري لعزم القوى المطبقة على القرص.

تمرين-3



القوى $(A_1, \vec{F}_1)$ و $(A_2, \vec{F}_2)$ و $(A_3, \vec{F}_3)$ مستوائية ومتعامدة مع المحور (Δ).

احسب عزم كل قوة بالنسبة للمحور (Δ)

السلم : 1 cm يمثل 1N بالنسبة للشدات

1 cm يمثل 1 cm بالنسبة للمسافات.

تمرين-4

نعتبر التركيب المبيّن جانبه والمكوّن من :

ساق AB طولها ℓ متجانسة وكتلتها $m = 820g$ وقابلة للدوران حول محور (Δ) أفقي ثابت تمرّ من طرفها B.

نابض مرن كتلته مهملة وصلابته k مثبت في النقطة C من الساق حيث $AC = \frac{\ell}{3}$.

عند التوازن، تكوّن الساق زاوية $\alpha = 45°$ مع المستوى الأفقي.

1- أجرد القوى المطبقة على الساق.

2- مثّل على الشكل اتجاهات القوى المطبقة على الساق. أعط تعليلاً لجوابك.

3- بتطبيق مبرهنة العزوم، أوجد تعبير T توتر النابض بدلالة α و m و g

أحسب قيمته.

4- استنتج قيمة k ثابتة الصلابة، علماً أن إطالة النابض هي: $\Delta\ell = 6,0cm$

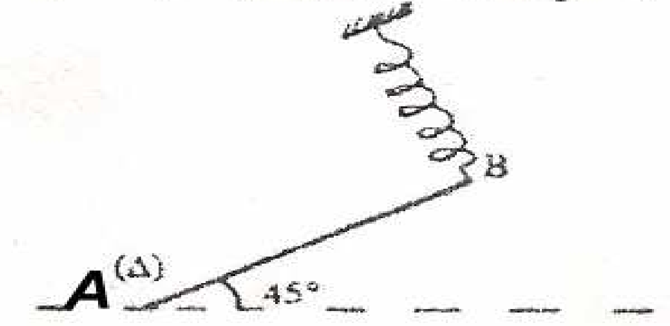
5- أنشئ الخط المضلعي للقوى المطبقة على الساق، ثم استنتج منه مميزات القوة $\vec{R}$ التي يطبقها المحور على الطرف B من الساق.

تمرين-5

عارضة AB متجانسة كتلتها $M = 0,3\ kg$ وطولها ℓ يمكنها الدوران حول محور (Δ) أفقي يمر من طرفها (A) . يتم ربط العارضة من طرفها (B) بواسطة نابض صلابته $K = 40\ N.m^{-1}$

عند التوازن تكون العارضة زاوية $\alpha = 45°$ مع المستوى الأفقي، ويكون النابض عموديا على العارضة (انظر الشكل)

بتطبيق مبرهنة العزم احسب شدة القوة التي يطبقها النابض على العارضة ثم أستنتج اطالة النابض.



تمرين-6

يمثل الشكل جانبه :

عارضة AB طولها ℓ وكتلتها $m = 600g$

في توازن ، وقد شدّ طرفها A بخيط

اتجاهه أفقي مار بمجرى بكرة .

الخيط مرتبط بنابض رأسي ذي لفات

غير متصلة كتلته مهملة .

يرتكز الطرف B من العارضة على المستوى الأفقي (π) .

1- أجرد القوى المطبقة على العارضة AB ، ومثل على الشكل اتجاهات هذه القوى . استنتج طبيعة التماس بين العارضة والمستوى الأفقي (π) .

2- أحسب F شدة القوة التي يطبقها الخيط على العارضة ، علماً أن شدة توتر النابض هي : $T = 5,2N$

3- علماً أن العارضة يمكنها الدوران حول المحور (Δ) المار من الطرف B ، وبتطبيق مبرهنة العزوم ، أوجد قيمة الزاوية α أثناء توازن العارضة .

4- حدد R شدة القوة التي يطبقها المستوى الأفقي على العارضة عند النقطة B .

5- حدد قيمة معامل الاحتكاك الساكن . استنتج زاوية الاحتكاك الساكن φ .

6- إذا اعتبرنا الاحتكاكات مهملة بين العارضة والمستوى (π) ، هل تبقى العارضة في توازن؟ أعط تعليلاً لجوابك .

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-7

نعتبر قضيبا متجانسا AB متجانسا طوله l وكتلته $m = 2kg$ ، يمكنه الدوران في مستوى رأسي بدون احتكاك حول محور ثابت أفقي Δ يمر بطرفه A . نشد القضيب بواسطة خيط في النقطة B . بحيث يبقى في توازن أفقي والطرف الآخر في النقطة C بحيث يكون الخيط CB مع القضيب AB زاوية $\alpha = 30°$ والقضيب مع الحائط $\beta = 60°$ (أنظر الشكل) .

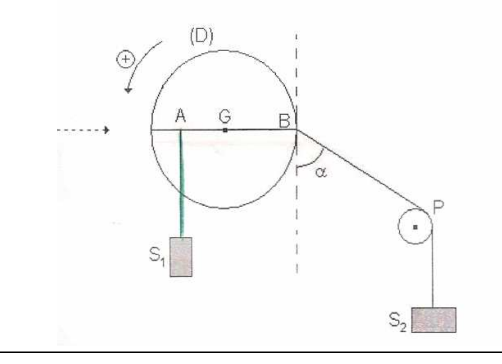
1- بتطبيق مبرهنة العزم على القضيب في حالة توازن ، أوجد عبارة الشدة T للقوة المطبقة من طرف الخيط على القضيب .ثم احسب قيمتها .

2- بتمثيل الخط ألمضلعي ، حدد مميزات القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير الجدار على القضيب .

تمرين-8

يمثل الشكل أسفله قرصا (D) قابلا للدوران بدون احتكاك حول محور ثابت Δ.

(S_1) كتلته m_1 و (S_2) كتلته m_2.



1- أجرد كل القوى المطبقة على القرص.

2- أعط تعبير عزم كل القوى المطبقة على القرص.

3- بتطبيق مبرهنة العزوم، بين أن: $m_2 = m_1 \cdot \frac{AG}{GB \cos\alpha}$

تمرين-9

نعتبر ساقا متجانسة AB طولها ℓ وكتلتها m قابلة للدوران حول محور (Δ) تمر من النقطة O حيث $OB = \frac{\ell}{4}$.
زبط طرفها A بخيط كتلته مهملة وغير ممدود تمر مجرى بكرة لتتصل نهايته بنابض صلابته k مما يجعل الساق في توازن مكونة زاوية $\alpha = 45°$ مع الخط الرأسي المار من O، كما يبين الشكل أعلاه.

1- أجرد القوى المطبقة على الساق AB .

2- ذكر بشرطي توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت .

3- بتطبيق الشرط الثاني للتوازن، أوجد T تعبير توتر الخيط، القوة التي يطبقها الخيط على العارضة بدلالة m و g و α . أحسب T.

نعطي : $m = 850g$ و $g = 10 N.kg^{-1}$

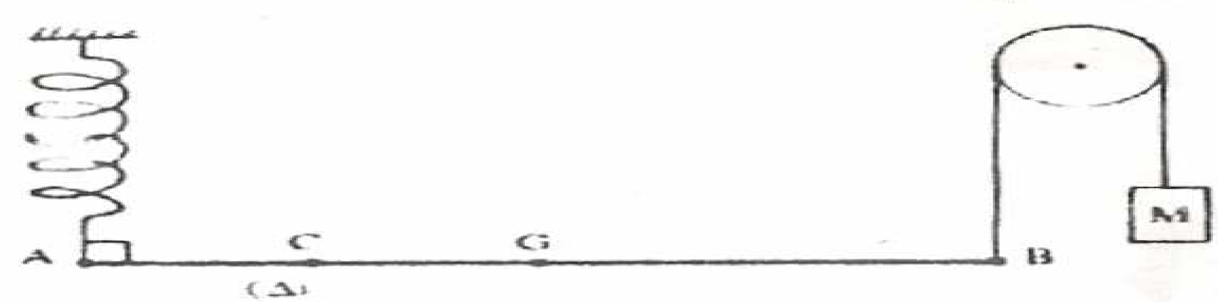
4- استنتج صلابة النابض علماً أن إطالته هي : $\Delta\ell = 5,0 cm$.

5- أنشئ الخط المضلعي للقوى المطبقة على الساق بالسلم $1N \to 1cm$
واستنتج شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها المحور (Δ) على الساق عند O .

تمرين-10

ساق متجانسة AB كتلتها $m = 5\ kg$ وطولها $\ell = 1\ m$. قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) ثابت يمر من النقطة C بحيث $AC = \frac{\ell}{4}$

نثبت في الطرف B خيط رأسي يمر عبر مجرى بكرة ويحمل في نهايته جسما كتلته $M = 2\ kg$، وللحفاظ على التوازن الافقي للساق AB، نثبت في الطرف A نابضا ذا لفات غير متصلة وكتلته مهملة وثابتة صلابته $K = 100\ N.m^{-1}$ وطوله الاصلي $\ell_0 = 15\ cm$.



1- بتطبيق مبرهنة العزم، أوجد عبارة شدة القوة المطبقة من طرف النابض على الساق بدلالة : m و M و g .

2- استنتج عبارة $\Delta\ell$ إطالة النابض بدلالة m و M و g و K .

3- احسب الطول النهائي للنابض في هذه الحالة

نأخذ $g=10\ N.kg^{-1}$

تمرين-11

يمثل الشكل ساقا AB متجانسة طولها ℓ وكتلتها m، قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) أفقي ثابت وعمودي على الساق و يمر من النقطة O . نعطي : $g = 10\ N.kg^{-1}$ و $m = 400\ g$ و $OA = \frac{\ell}{4}$

للحفاظ على توازن الساق، نطبق عند طرفيها مزدوجة قوتين $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ يكوّن اتجاهها مع الخط الأفقي زاوية $\alpha = 30°$.

1- أجرد القوى المطبقة على الساق .

2- أثبت أن تعبير عزم المزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ بالنسبة للمحور (Δ) هو :

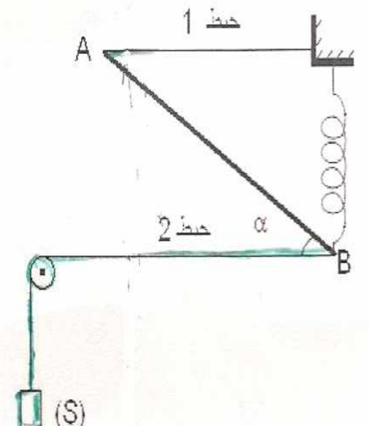
$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}, \vec{F_2}) = F_1 . \ell . \sin\alpha .$$

3- بتطبيق مبرهنة العزم، أحسب قيمة الشدة F_1 .

4- حدّد مميزات $\vec{R}$ القوة التي يطبقها المحور على الساق .

تمرين-12

يمثل الشكل توازن عارضة متجانسة AB طولها $l = 1m$ و كتلتها $m = 800g$ مشدودة من الطرف A بواسطة خيط (1) أفقي و من الطرف B بواسطة نابض رأسي و خيط (2) أفقي يمر في مجرى بكرة و يحمل جسما صلبا (S) كتلته $m' = 400g$.



1- اجرد القوى المطبقة على العارضة.

2- إذا علمت أن شدة القوة المطبقة من طرف الخيط (1) هي $F_1 = 4N$ و توتر النابض هو $T = 8N$ بين أن العارضة خاضعة لمزدوجتين.

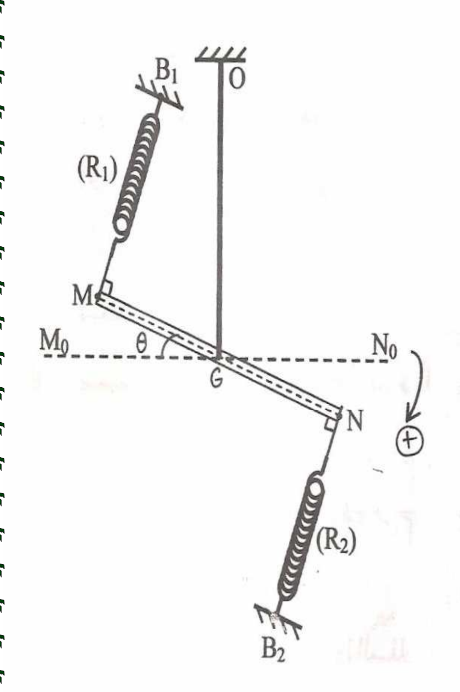
3- بتطبيق مبرهنة العزوم حدد قيمة الزاوية α التي تكونها العارضة AB مع اتجاه الخيط (2).

تمرين-13

يمثل الشكل جانبه عارضة متجانسة طولها $L = 50cm$ وكتلتها m معلقة من مركز قصورها G بسلك ثابتة ليه C مثبت عند النقطة O.

نديرالعارضة أفقيا عن موضع توازنها البدئي M_0N_0 بزاوية $\theta = 0,2 rad$، وذلك بتطبيق مزدوجة قوتين $(M, \vec{F_1})$ و $(N, \vec{F_2})$ بواسطة نابضين (R_1) و (R_2) لهما نفس الصلابة $k_1 = k_2 = k$ $k = 40 N.m^{-1}$ ونفس الطول الأصلي $l_0 = 15 cm$.

يبقى محور كل نابض متعامدا مع العارضة كما يوجد كل منهما في نفس المستوى الأفقي الذي ينتمي إليه MN.



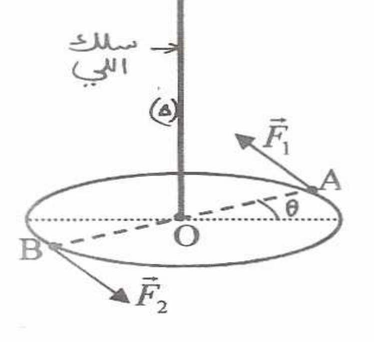
1- أجرد القوى المطبقة على العارضة في توازنها الجديد.

2- علما أن طول كل نابض عند توازن العارضة هو $l = 20cm$، أحسب شدتي $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ توتري النابضين.

3- بتطبيق مبرهنة العزوم، أوجد تعبير C ثابتة لي السلك بدلالة L و k و l_0 و l و θ. أحسب C.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

تمرين-14

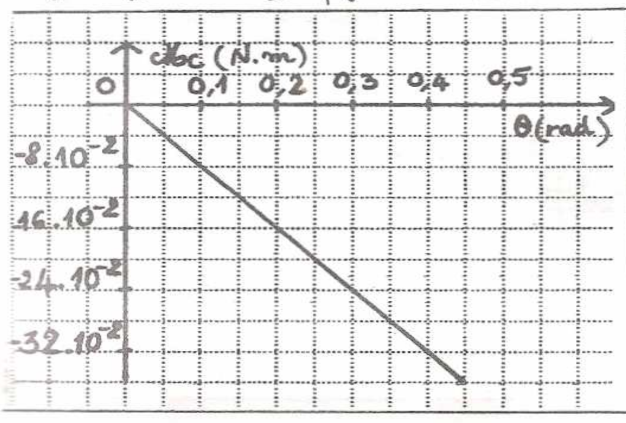


نثبت قرصا (S)، كتلته m و شعاعه $r = 10cm$، من مركز قصوره O بطرف سلك ثابتة ليه C مثبت في حامل ثابت. نديرالقرص بزاوية $\theta = 0,5 rad$ عن موضع توازنه البدئي بواسطة مزدوجة قوتين $(A, \vec{F_1})$ و $(B, \vec{F_2})$ كما يبين الشكل جانبه ويبقى في توازن.

1- أجرد القوى المطبقة على القرص عند التوازن الجديد.

2- أوجد تعبير عزم المزدوجة $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ بدلالة F_1 و r شعاع القرص.

3- بتطبيق الشرط الثاني للتوازن، عين تعبير $\mathcal{M}_C$ عزم مزدوجة اللي التي يطبقها السلك على العارضة.



4- استنتج تعبير ثابتة اللي C بدلالة F_1 و r و θ زاوية اللي.

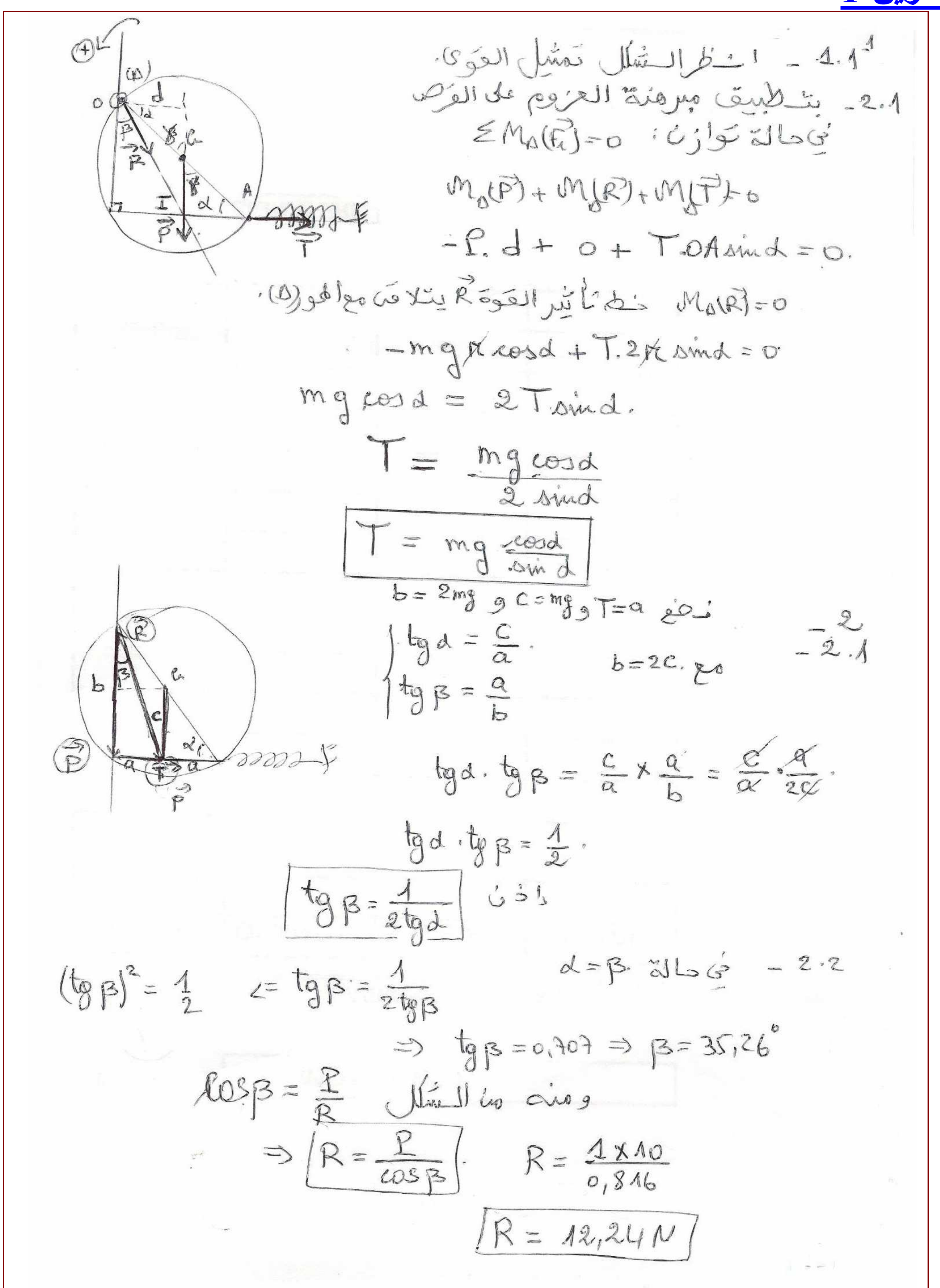
5- يمثل المبيان جانبه تغيرات $\mathcal{M}_C$ عزم مزدوجة اللي بدلالة زاوية اللي θ.

5.1- أوجد مبيانيا قيمة C ثابتة لي السلك.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

حلول سلسلة في دوران جسم صلب حول محور ثابت

تمرين-1



1.1 - انظر الشكل تمثيل القوى.

2.1 - بتطبيق مبرهنة العزوم على القرص

في حالة توازن: $\sum M_\Delta(\vec{F_i}) = 0$

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T}) = 0$

$-P.d + 0 + T.OA\sin\alpha = 0.$

$M_\Delta(\vec{R}) = 0$ خط تأثير القوة $\vec{R}$ يتلاقى مع المحور (Δ).

$-mg\,r\cos\alpha + T.2r\sin\alpha = 0$

$mg\cos\alpha = 2T\sin\alpha.$

$T = \frac{mg\cos\alpha}{2\sin\alpha}$

$\boxed{T = mg\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$

نضع $T=a$ و $c=mg$ و $b=2mg$

-2

-2.1

$\tan\alpha = \frac{c}{a}.$

$\tan\beta = \frac{a}{b}$

مع $b=2c.$

$\tan\alpha.\tan\beta = \frac{c}{a}\times\frac{a}{b} = \frac{c}{a}.\frac{a}{2c}.$

$\tan\alpha.\tan\beta = \frac{1}{2}.$

إذن $\boxed{\tan\beta = \frac{1}{2\tan\alpha}}$

2.2 - في حالة $\alpha=\beta.$

$\tan\beta = \frac{1}{2\tan\beta} \Rightarrow (\tan\beta)^2 = \frac{1}{2}$

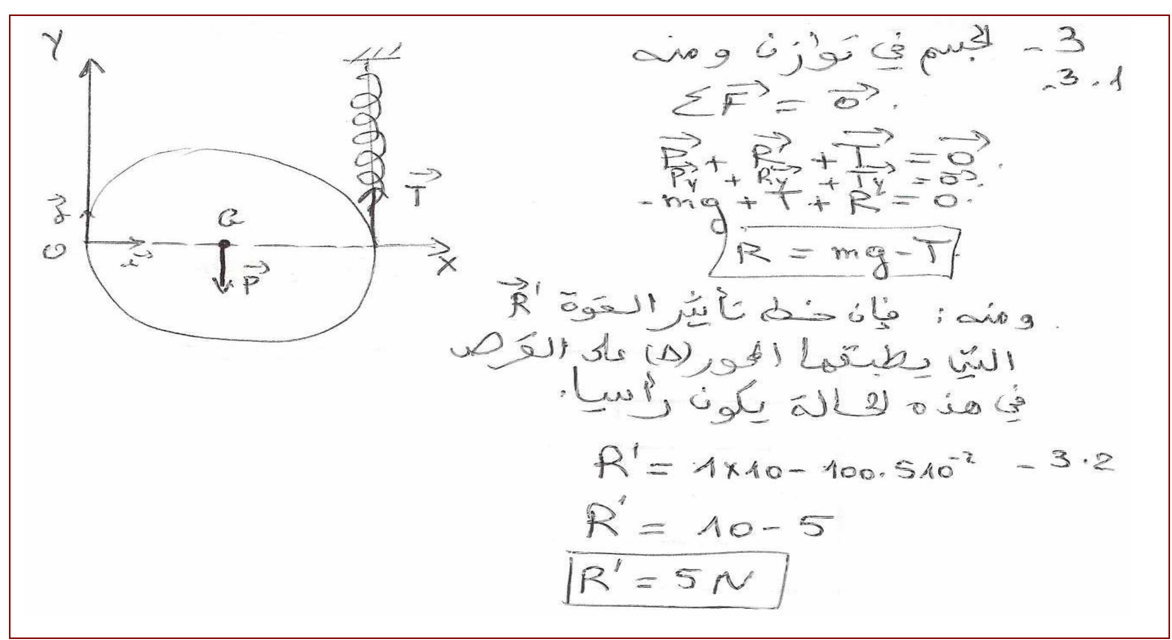
$\Rightarrow \tan\beta = 0,707 \Rightarrow \beta = 35,26°$

ومنه من الشكل $\cos\beta = \frac{P}{R}$

$\Rightarrow \boxed{R = \frac{P}{\cos\beta}}.$ $R = \frac{1\times10}{0,816}$

$\boxed{R = 12,24N}$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com



3 - الجسم في توازن ومنه

3.1 -

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{P}_Y + \vec{R}_Y + \vec{T}_Y = \vec{0}$$

$$-mg + T + R = 0$$

$$R = mg - T$$

ومنه: فإن خط تأثير القوة $\vec{R}'$ التي يطبقها المحور (Δ) على القرص في هذه الحالة يكون رأسيا.

3.2 -

$$R' = 1\times10 - 100.5\,10^{-2}$$

$$R' = 10 - 5$$

$$R' = 5N$$

تمرين-2

1 - القوى المطبقة على الساق AB هي:

$\vec{T}$ تأثير الخيط و $\vec{P}$ وزن العارضة و $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ)

2 - شرطا التوازن: عندما يكون جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (Δ) في توازن وهو خاضع لقوى متعددة بالنسبة لمعلم مرتبط بالأرض فإن:

- مجموع متجهات القوى يكون منعدما $\sum \vec{F} = \vec{0}$ وهذا الشرط لازم لسكون مركز قصور الجسم الصلب.

- المجموع الجبري لعزوم كل القوى المطبقة على الجسم الصلب، بالنسبة للمحور (Δ) مجموع منعدم $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 0$ وهذا الشرط لازم لغياب دوران الجسم الصلب حول المحور (Δ).

3 - $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = 0 \Leftrightarrow$

$$(1)\quad \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = 0.$$

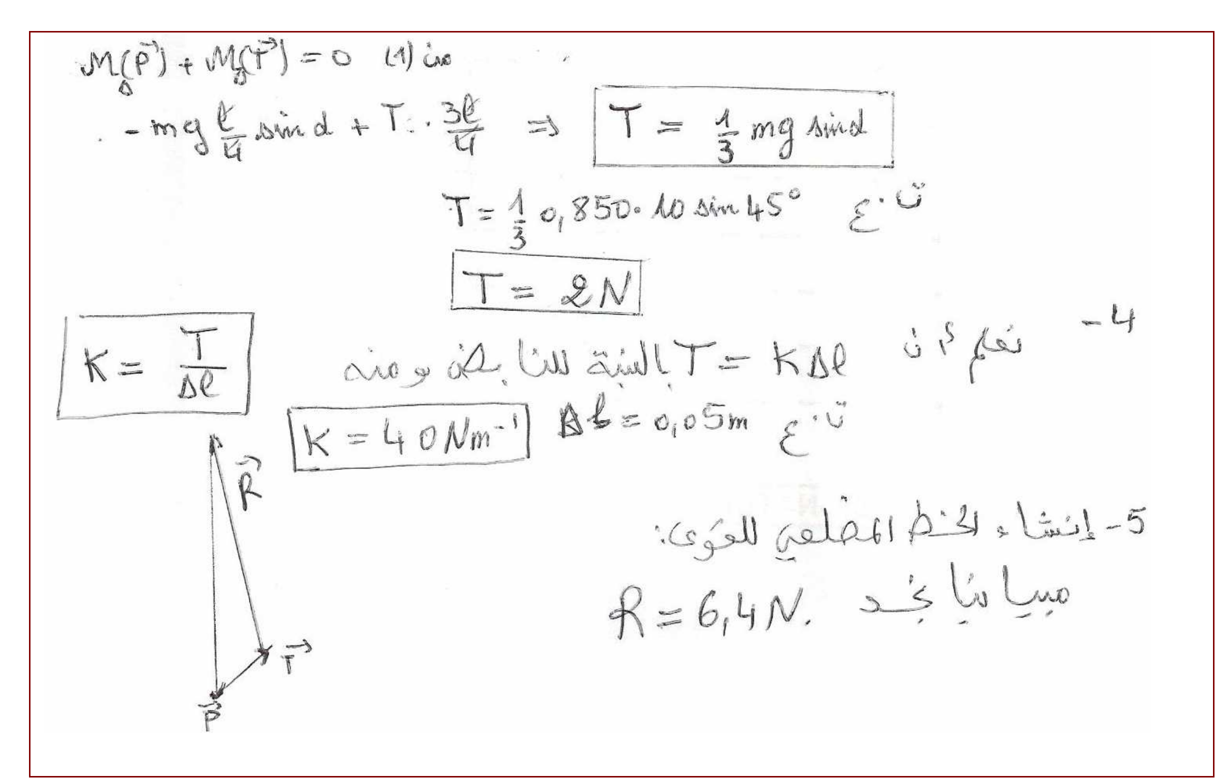
خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع المحور (Δ): $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -P\,d$

  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -P.\frac{l}{4}\sin\alpha.$

- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = +T.\frac{3l}{4}$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com


من (1) $\mathcal{M}_\Delta(\vec P)+\mathcal{M}_\Delta(\vec T)=0$

$-mg\frac{\ell}{4}\sin\alpha + T\cdot\frac{3\ell}{4} \Rightarrow T=\frac{1}{3}mg\sin\alpha$

ت ع: $T=\frac{1}{3}\,0{,}850\cdot 10\sin 45°$

$T=2N$

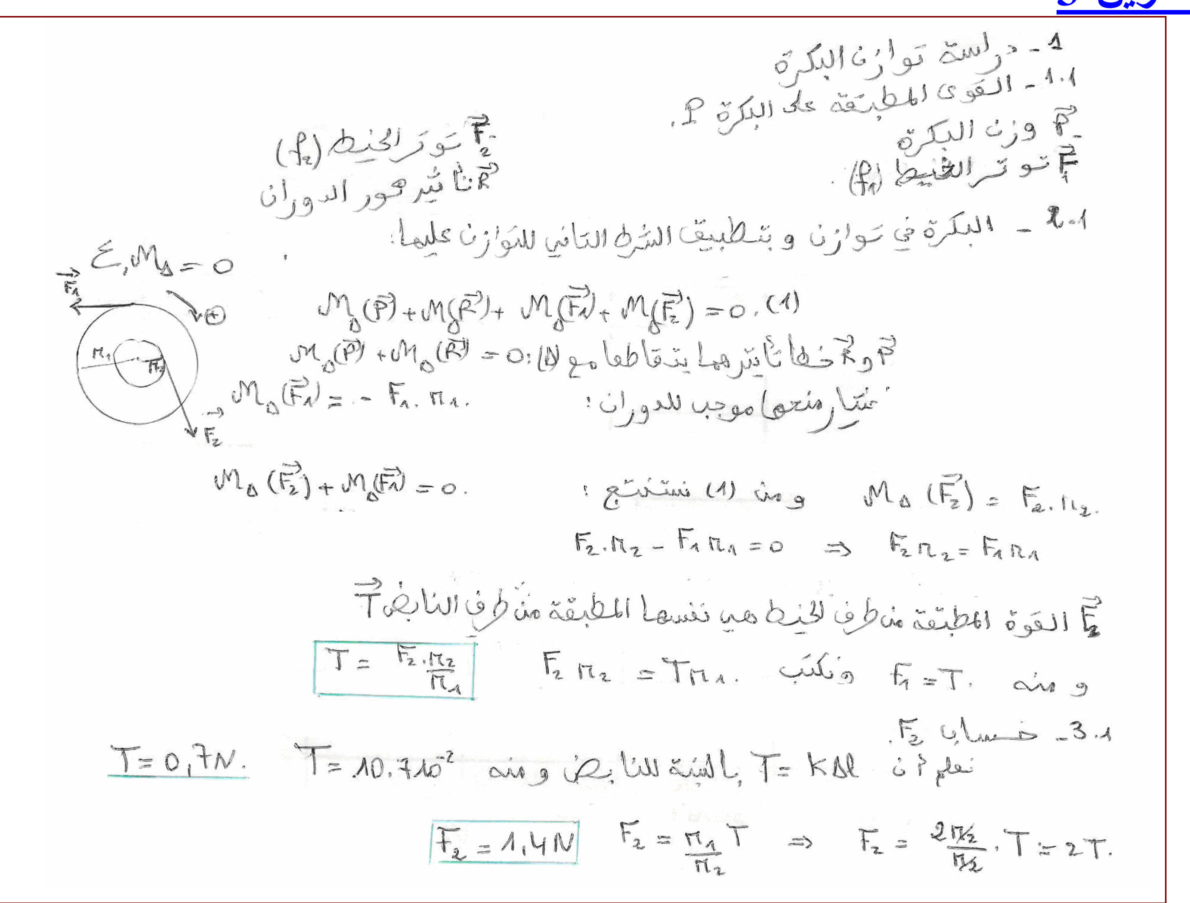
4- نعلم أن $T=K\Delta\ell$ بالنسبة للنابض ومنه $K=\frac{T}{\Delta\ell}$

ت ع: $\Delta\ell=0{,}05m$ $K=40Nm^{-1}$

5- إنشاء الخط المضلعي للقوى:

مبيانيا نجد $R=6{,}4N$.

تمرين-3


1- دراسة توازن البكرة

1.1- القوى المطبقة على البكرة P.

$\vec P$ وزن البكرة

$\vec F_1$ توتر الخيط (f_1).

$\vec F_2$ توتر الخيط (f_2)

$\vec R$ تأثير محور الدوران

2.1- البكرة في توازن وبتطبيق الشرط الثاني للتوازن عليها:

$\Sigma\mathcal{M}_\Delta=0$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec P)+\mathcal{M}_\Delta(\vec R)+\mathcal{M}_\Delta(\vec F_1)+\mathcal{M}_\Delta(\vec F_2)=0$. (1)

$\vec P$ و $\vec R$ خطا تأثيرهما يتقاطعان مع (Δ): $\mathcal{M}_\Delta(\vec P)+\mathcal{M}_\Delta(\vec R)=0$

نختار منحا موجبا للدوران:

$\mathcal{M}_\Delta(\vec F_1)=-F_1\cdot r_1$.

$\mathcal{M}_\Delta(\vec F_2)=F_2\cdot r_2$.

ومن (1) نستنتج: $\mathcal{M}_\Delta(\vec F_2)+\mathcal{M}_\Delta(\vec F_1)=0$.

$F_2\cdot r_2 - F_1 r_1=0 \Rightarrow F_2 r_2=F_1 r_1$

القوة المطبقة من طرف الخيط هي نفسها المطبقة من طرف النابض $\vec T$

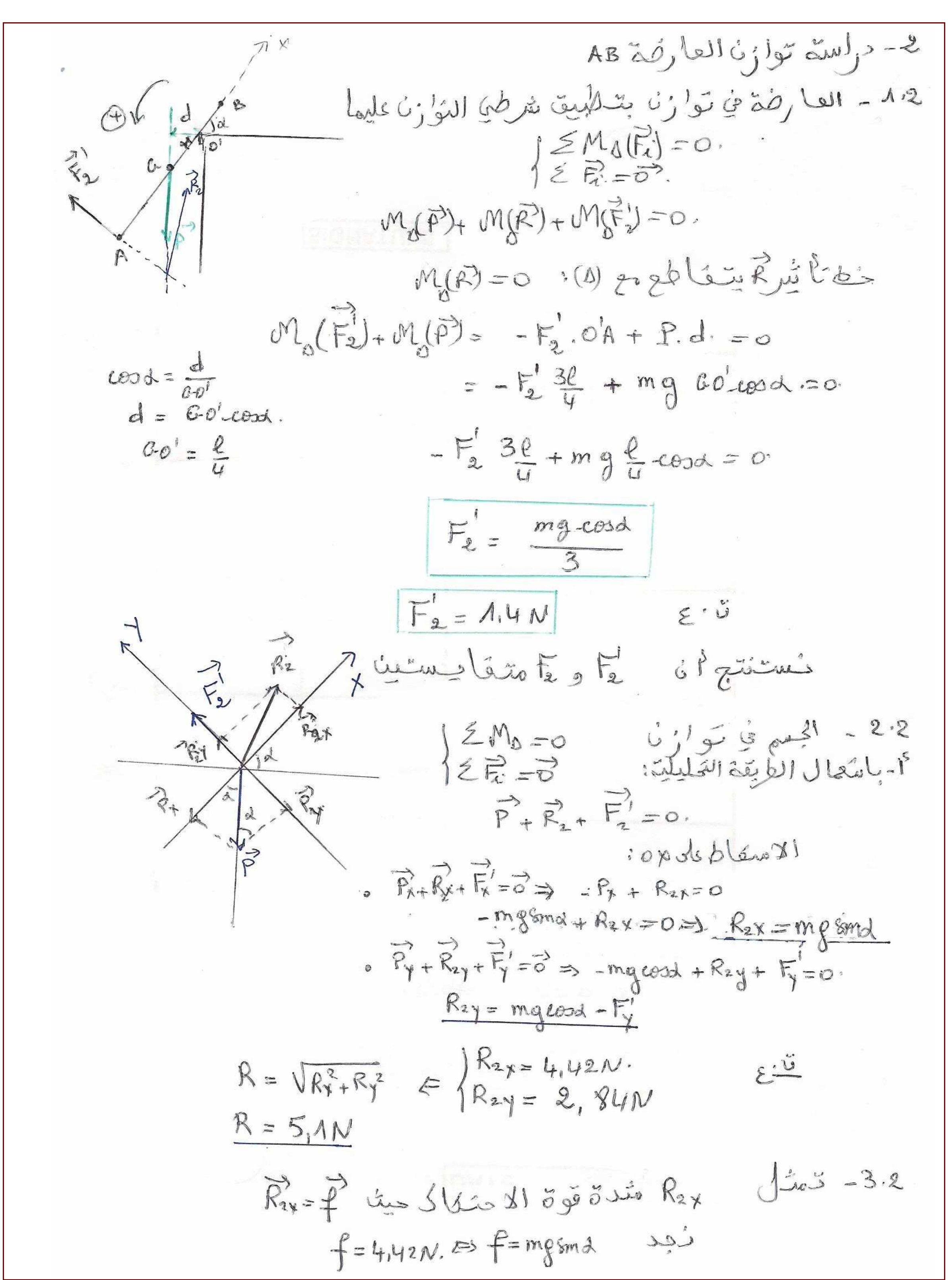
ومنه $F_1=T$. ونكتب: $F_2 r_2 = T r_1$. $T=\frac{F_2\cdot r_2}{r_1}$

3.1- حساب F_2.

نعلم أن $T=K\Delta\ell$ بالنسبة للنابض ومنه $T=10\cdot 7\cdot 10^{-2}$ $T=0{,}7N$.

$F_2=\frac{2r_2}{r_2}\cdot T=2T \Rightarrow F_2=\frac{r_1}{r_2}T$ $F_2=1{,}4N$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com



٢- دراسة توازن العارضة AB

١.٢ - العارضة في توازن بتطبيق شرطي التوازن عليها

$$\begin{cases} \sum M_\Delta(\vec{F_i}) = 0 \\ \sum \vec{F_i} = \vec{0} \end{cases}$$

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{F'_2}) = 0$$

خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع (Δ) : $M_\Delta(\vec{R}) = 0$

$$M_\Delta(\vec{F'_2}) + M_\Delta(\vec{P}) = -F'_2 \cdot O'A + P \cdot d = 0$$

$$= -F'_2 \frac{3l}{4} + mg\, GO' \cos\alpha = 0$$

$\cos\alpha = \frac{d}{GO'}$

$d = GO' \cos\alpha$

$GO' = \frac{l}{4}$

$$-F'_2 \frac{3l}{4} + mg \frac{l}{4} \cos\alpha = 0$$

$$F'_2 = \frac{mg \cos\alpha}{3}$$

ت.ع : $F'_2 = 1{,}4\,N$

نستنتج أن F'_2 و F_2 متقايستين

2.2 - الجسم في توازن

أ- باستعمال الطريقة التحليلية:

$$\begin{cases} \sum M_\Delta = 0 \\ \sum \vec{F_i} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\vec{P} + \vec{R_2} + \vec{F'_2} = \vec{0}$$

الإسقاط على ox:

- $\vec{P_x} + \vec{R_x} + \vec{F'_x} = \vec{0} \Rightarrow -P_x + R_{2x} = 0$

$-mg\sin\alpha + R_{2x} = 0 \Rightarrow R_{2x} = mg\sin\alpha$

- $\vec{P_y} + \vec{R_{2y}} + \vec{F'_y} = \vec{0} \Rightarrow -mg\cos\alpha + R_{2y} + F'_y = 0$

$R_{2y} = mg\cos\alpha - F'_y$

ت.ع :

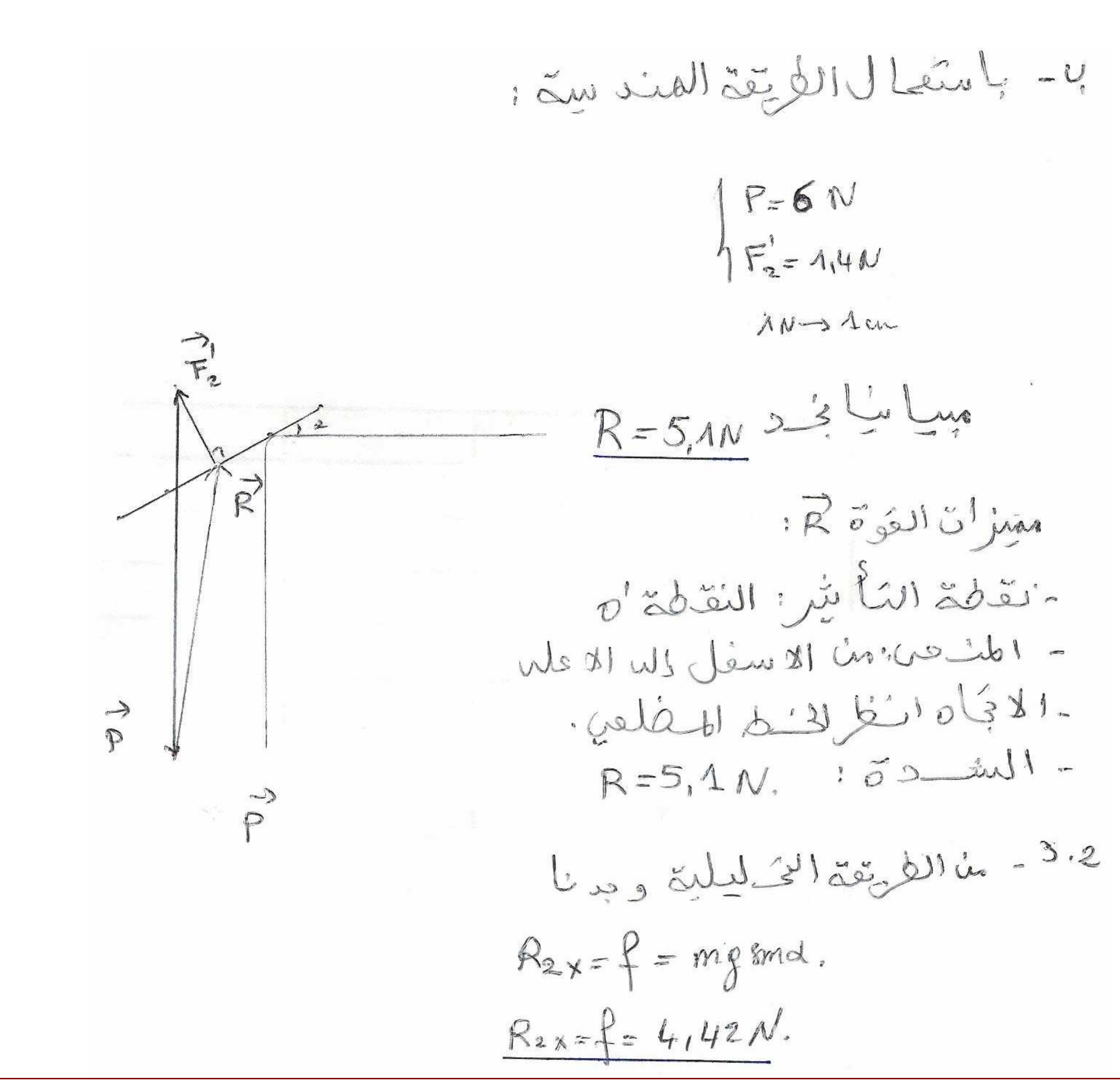
$$\begin{cases} R_{2x} = 4{,}42\,N \\ R_{2y} = 2{,}84\,N \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$R = 5{,}1\,N$

3.2 - تمثل R_{2x} شدة قوة الاحتكاك حيث $\vec{R_{2x}} = \vec{f}$

نجد $f = mg\sin\alpha \Rightarrow f = 4{,}42\,N$.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com


ب- باستعمال الطريقة الهندسية:

$P = 6\,N$

$F'_2 = 1,4\,N$

$1N \rightarrow 1cm$

مبيانيا نجد $R = 5,1N$

مميزات القوة $\vec{R}$:

- نقطة التأثير: النقطة O'
- المنحى: من الاسفل إلى الاعلى
- الاتجاه انظر الخط المطلي.
- الشدة: $R = 5,1\,N$.

3.2- من الطريقة التحليلية وجدنا

$R_{2x} = f = mg \sin\alpha$.

$R_{2x} = f = 4,42\,N$.

تمرين-4

1-

القوى المطبقة على القرص هي:

$\vec{P}$: وزن القرص $\vec{T}$ توتر النابض $\vec{R}$: تأثير المحور

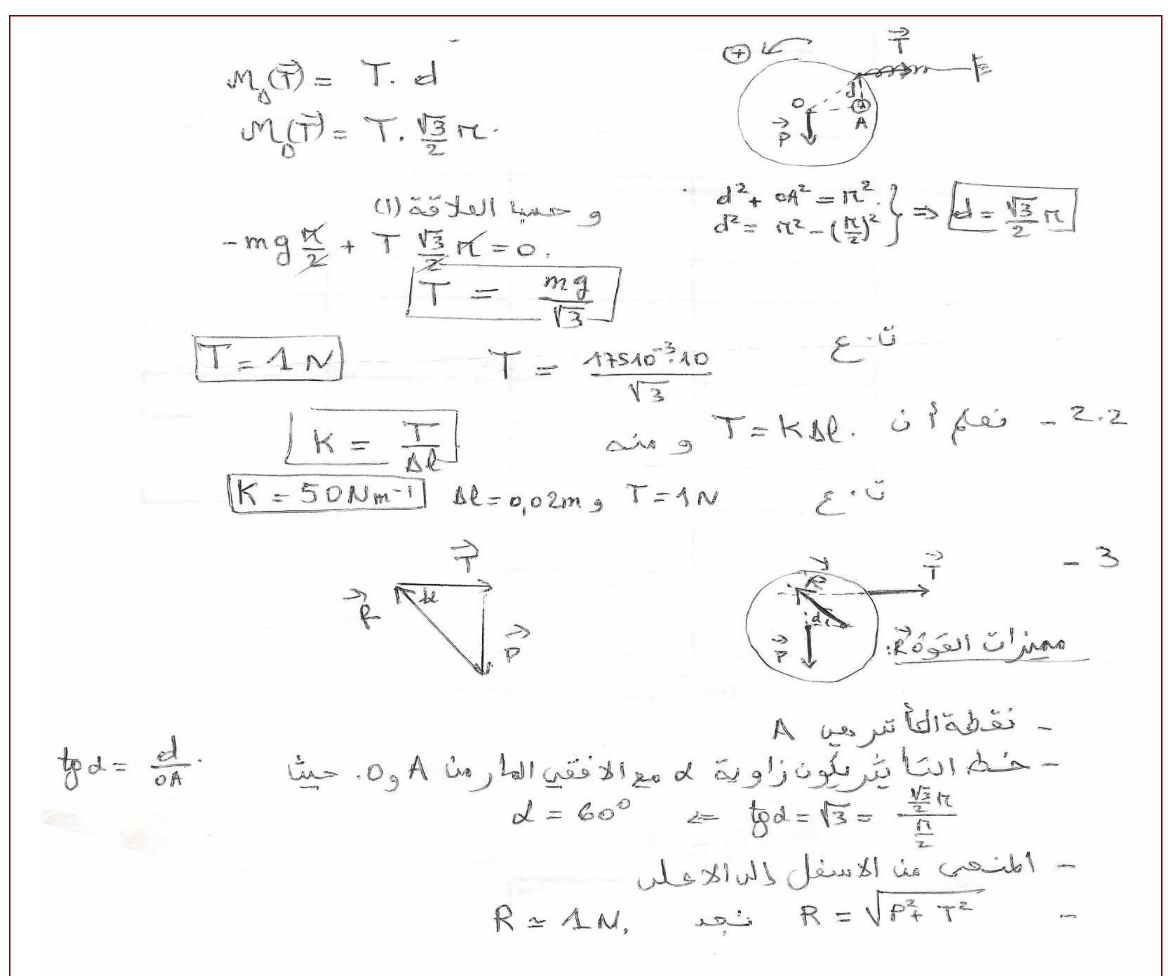
2- بتطبيق مبرهنة العزوم: $\sum M_\Delta(\vec{F_i}) = 0$

2.1- باختيار منحى موجب للدوران: (+)

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T}) = 0. \quad (1)$$

خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع المحور (Δ): $M_\Delta(\vec{R}) = 0$

$M_\Delta(\vec{P}) = -mg\frac{r}{2}$.



$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}) = T \cdot d$

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}) = T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} r$

$d^2 + OA^2 = r^2$
$d^2 = r^2 - (\frac{r}{2})^2$ $\Rightarrow$ $d = \frac{\sqrt{3}}{2} r$

وحسب العلاقة (1)

$-mg\frac{r}{2} + T\frac{\sqrt{3}}{2}r = 0$

$T = \frac{mg}{\sqrt{3}}$

ت ع $T = \frac{175 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{\sqrt{3}}$ $T = 1N$

2.2 - نعلم أن $T = K\Delta l$ ومنه $K = \frac{T}{\Delta l}$

ت ع $T = 1N$ و $\Delta l = 0,02m$ $K = 50Nm^{-1}$

3 - مميزات القوة $\vec{R}$:

- نقطة التأثير A
- خط التأثير يكون زاوية α مع الأفقي المار من A و O. حيث $tg\alpha = \frac{d}{OA}$

$tg\alpha = \sqrt{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}r}{\frac{r}{2}} \Leftarrow \alpha = 60°$

- المنحى من الأسفل إلى الأعلى
- $R = \sqrt{P^2 + T^2}$ نجد $R \simeq 1N$,

تمرين-5

تمرين 6 ص 75

1) $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$

لهما نفس الشدة ومنحيان متعاكسان حيث $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{0}$

وبالتالي فهما يكونان مزدوجة.

2) $\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F_1}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F_2})$

3) $\mathcal{M}(\vec{P}) + \mathcal{M}(\vec{R}) + \mathcal{M}\,\vec{F_3} + \mathcal{M} = 0 + 0 + F_3 \cdot AG - F_1 \cdot \frac{BG}{2} =$

$2 \times AG - 4\frac{AG}{2} = 0$

4) نعم يتحقق شرطا التوازن حيث

مجموع العزوم منعدم $\Sigma M_\Delta = 0$

$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$

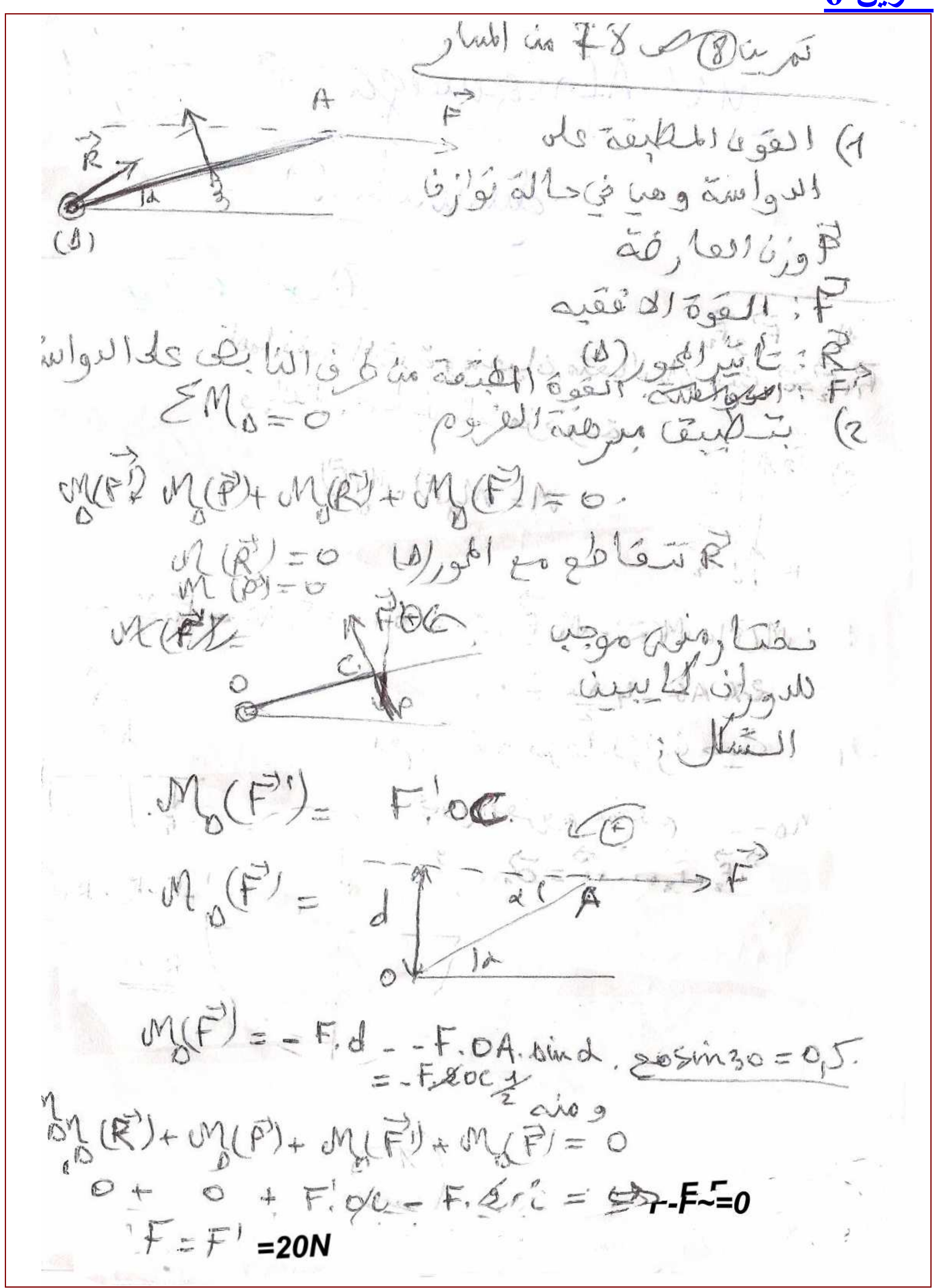
$-F_1 - F_2 + R + F_3 = 0$

ومنه

$R = 6N$

moustamani@hotmail.com

تمرين-6



تمرين 8 ص 78 من المسار

1) القوى المطبقة على الدواسة وهي في حالة توازن

$\vec{P}$: وزن العارضة

$\vec{F}$: القوة الافقية

$\vec{R}$: تأثير المحور (Δ)

$\vec{F'}$: القوة المطبقة من طرف الناب على الدواسة

2) بتطبيق مبرهنة العزوم $\sum M_\Delta = 0$

$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{F}) + M_\Delta(\vec{F'}) = 0$

$\vec{R}$ تتقاطع مع المحور (Δ) : $M(\vec{R}) = 0$ ، $M(\vec{P}) = 0$

نختار منحى موجب للدوران كما يبين الشكل:

$M_\Delta(\vec{F'}) = F'.OC$

$M_\Delta(\vec{F}) = -F.d = -F.OA.\sin\alpha = -F.2OC.\frac{1}{2}$ مع $\sin 30 = 0,5$

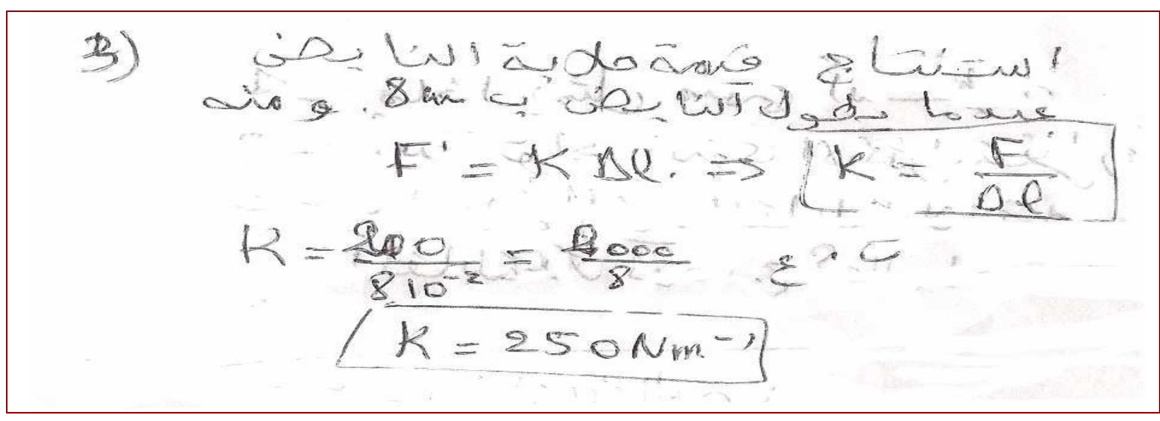
ومنه

$M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{F}) + M_\Delta(\vec{F'}) = 0$

$0 + 0 + F'.OC - F.2OC\frac{1}{2} = 0 \Rightarrow F' - F = 0$

$F = F' = 20N$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com


3) استنتاج قيمة صلابة النابض

عندما يطول النابض ب 8cm . ومنه

$F' = K\Delta l \Rightarrow K = \frac{F'}{\Delta l}$

$K = \frac{200}{8\,10^{-2}} = \frac{2000}{8}$ ع.ت

$K = 250\,Nm^{-1}$

تمرين-7

ت 10 ص 79

1- القوى المطبقة على البكرة وهيا في توازن:

$\vec{P}$ وزن البكرة ، $\vec{F}$ تأثير القوة

$\vec{R}$ تأثير المحور ، $\vec{T}$ تأثير الجسم (S).

2) $\vec{R}$ و $\vec{P}$ يتقاطعان مع المحور

$M_\Delta(\vec{P}) = 0$

$M_\Delta(\vec{R}) = 0$

باعتبار محور موجب للدوران

$M_\Delta(\vec{F}) = -F.R_2$

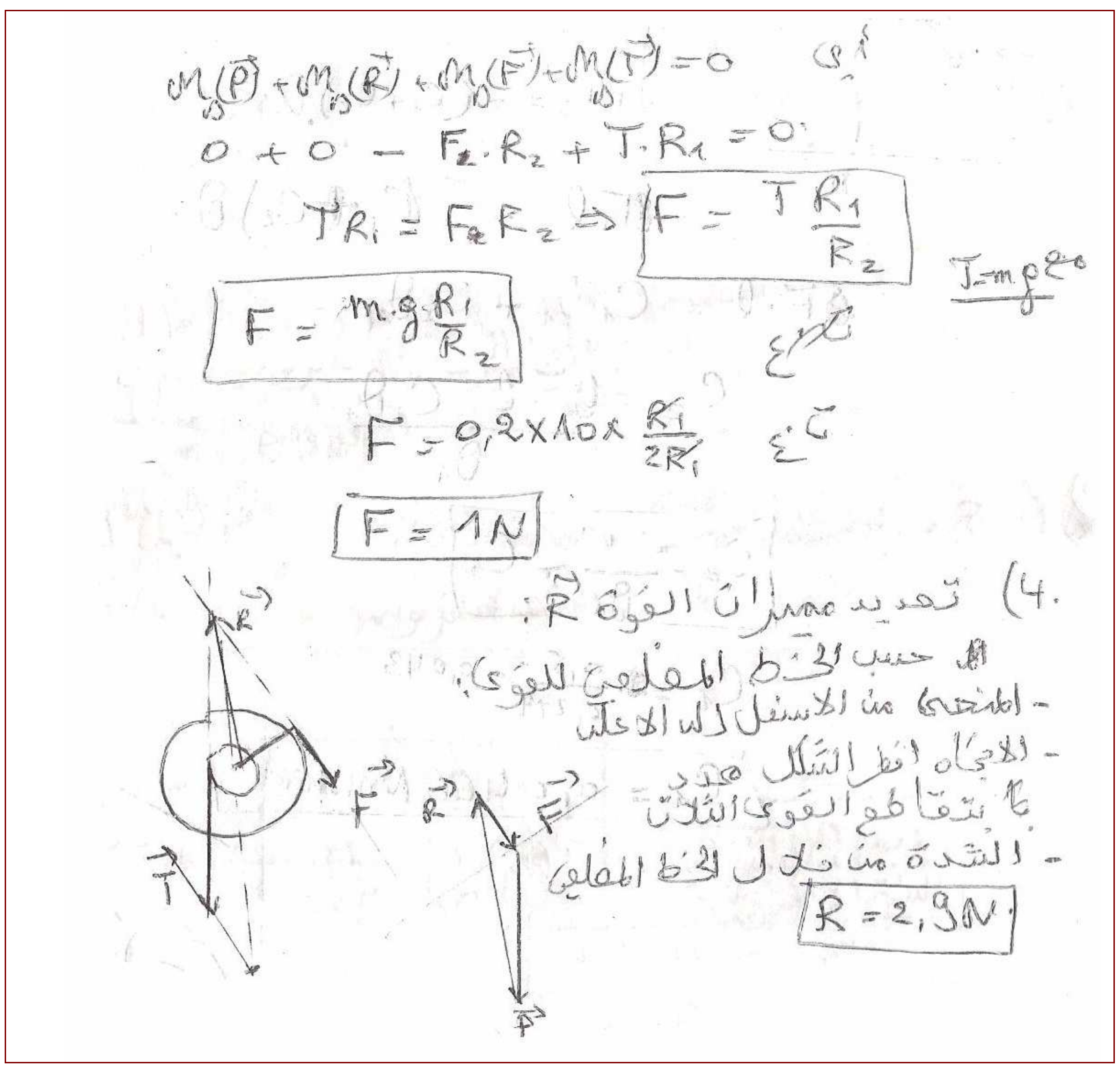
الجسم (S) في توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P_s} + \vec{T'} = \vec{0}$

$T' = P_s$ ومنه بكون الخيط غير قابل للامتداد يكون $T' = T$ أي $T = mg$

$M_\Delta(\vec{T}) = T.R_1$

3) المجموعة في توازن ومنه بتطبيق مبرهنة العزوم

$\sum M_\Delta = 0$


أ)
$$M_\Delta(\vec P)+M_\Delta(\vec R)+M_\Delta(\vec F)+M_\Delta(\vec T)=0$$
$$0+0-F_2\cdot R_2+T\cdot R_1=0$$
$$T R_1 = F_2 R_2 \Rightarrow F=\frac{T R_1}{R_2}$$
$T=mg$ مع

$$F=\frac{m\cdot g\, R_1}{R_2}$$

ت ع
$$F=0{,}2\times10\times\frac{R_1}{2R_1}$$
$$F=1N$$

4) تحديد مميزات القوة $\vec R$:
حسب الخط المضلعي للقوى:
- المنحى من الاسفل الى الاعلى
- الاتجاه انظر الشكل محدد بتقاطع القوى الثلاث
- الشدة من خلال الخط المضلعي $R=2{,}9N$

تمرين-8

ت: 14 ص 79

1- القوى المطبقة على الساق: وزن الساق: $\vec P$ ، تأثير $\vec F_1$ ، تأثير $\vec F_2$ ، تأثير السلك $\vec T$

2- بتطبيق مبرهنة العزوم على الساق في حالة توازن $\sum M_\Delta=0$ وباختيار منحى موجب للدوران

* $\vec P$ تتقاطع مع (Δ) ومنه $M_\Delta(\vec P)=0$ $0+$

من الشكل $F_1=4N$ ، حيث $0{,}5cm\rightarrow 2N$

حيث $(\vec{F_1},\vec{F_2})$ مكون من مزدوجة قوتين ومنه $\mathcal{M}(\vec{F_1},\vec{F_2}) = -GC\,F_1$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$$

$$-\mathcal{M}(\vec{F_1},\vec{F_2}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{T})$$

$$GC\,F_1 = T.GB \qquad \text{مع } 2GC = GB$$

$$GC\,F_1 = T.2GC$$

$$F_1 = 2T \Rightarrow \boxed{T = \frac{F_1}{2}} \qquad \text{مع } F_1 = 4N \text{ ميانيا}$$

$$\boxed{T = 2N}$$

ع.ت

$$\sum_\Delta \mathcal{M} = 0$$

3.1 / 3.2 (3

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2}) + \mathcal{M}(\vec{T}) = 0 \qquad GB = 2GC$$

$$-F_1\,GC + T\,GB = 0$$

$$F_1 GC = T\,2GC \Rightarrow \boxed{T = \frac{F_1}{2}} \quad \boxed{T = 2N}$$

نستنتج أن عزم المزوجة يحتفظ بالقيمة نفسها خلال مختلف الاوضاع. وبالتالي قيمة الوتر T.

(3.3

$$\mathcal{M}_c(\vec{F}) + \mathcal{M}(\vec{T'}) = 0$$

$$\mathcal{M}(\vec{T'}) = T'.GB\sin\alpha$$

$$\mathcal{M}_c + \mathcal{M}(\vec{T'}) = 0$$

$$-GC'\,F_1 + T'\,GB\sin\alpha = 0$$

$$GC'\,F_1 = T'\,2GC'\sin\alpha$$

$$\boxed{\frac{F_1}{2\sin\alpha} = T'} \qquad \frac{F_1}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}} = F_1\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{T' = 2{,}31N}$$

تمرين-9

تمرين (12) ص 79

1- المنحنى خطي ويمر من أصل المحورين نستنتج أن $F.d$ تتناسب اطرادا مع θ زاوية اللي فنقول أن لسلك اللي استجابة خطية.

وهكذا يمكن أن نكتب $F.d = k\theta$.

وحيث أن $F.d = \mathcal{M}$ تكون هي عزم المزدوجة

نكتب $\mathcal{M} = k\theta$ مع K المعامل الموجه للمنحنى $\mathcal{M} = F.d = f(\theta)$ الذي

$$K = \frac{0,024-0}{0,558-0}$$

$$K = 0,043$$

وبالتالي نكون

$$\boxed{\mathcal{M} = 0,043\theta}$$

2) بتطبيق مبرهنة العزوم عندما يكون السلك ملتويا حيث يخضع القضيب في توازنه إلى كل من $\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ المزدوجة المطبقة و $\mathcal{M}_c$ الذي هو عزم مزدوجة لي السلك.

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_c + \mathcal{M}_\Delta = 0$$

($\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$)

$$\mathcal{M}_c = -\mathcal{M}_\Delta = -C\theta$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{M}_\Delta = l.F \\ \mathcal{M} = C\theta \end{array}\right\} \Rightarrow l.F = C\theta$$

$$\boxed{C = \frac{l.F}{\theta}}$$

ومن السؤال (1) السابق وجدنا

$$\mathcal{M}_\Delta = 0,043\theta$$

(7)

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

$$\left.\begin{array}{l}\mathcal{M}_{\Delta} = C\theta \\ \mathcal{M} = 0{,}043\,\theta\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{C = 0{,}043\ Nm\ rad^{-1}}$$

3)

$$\mathcal{M}_{\Delta} = F.\ell = -\mathcal{M}'_c$$

$$\left\{\begin{array}{l}\mathcal{M}'_c = -F.\ell \\ \mathcal{M}'_c = -(C_1+C_2)\theta\end{array}\right.$$

$$-F.\ell = -(C_1 + C_2)\theta$$

$$F.\ell = C_1\theta_1 + C_2\theta_1$$

$$C_2 = \frac{F.\ell - C_1\theta_1}{\theta_1}$$

$$\boxed{C_2 = \frac{F\ell}{\theta_1} - C_1}$$

$$C_2 = \frac{0{,}5}{0{,}279} - 0{,}043$$

$$\boxed{C_1 = 0{,}0466\ Nm\ rad^{-1}}$$

تمرين-10

1- الشروط العامة للتوازن :

إذا كان جسم صلب تخضع لعدة قوى في توازن وقابل للدوران حول محور ثابت Δ فإن :

* مجموع متجهات القوى المطبقة عليه منعدم : $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$

* المجموع الجبري لعزوم كل القوى المطبقة عليه بالنسبة للمحور Δ منعدم .

$$\Sigma \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

2- جرد القوى :

المجموع {قرص + ساق} يكونوا زن تحت تأثير ثلاث قوى وهي :

$(G, \vec{P})$ وزن القرص .

$(O, \vec{R})$ القوة التي يطبقها المحور على الساق .

$(B, \vec{F})$ القوة التي يطبقها الحامل على القرص .

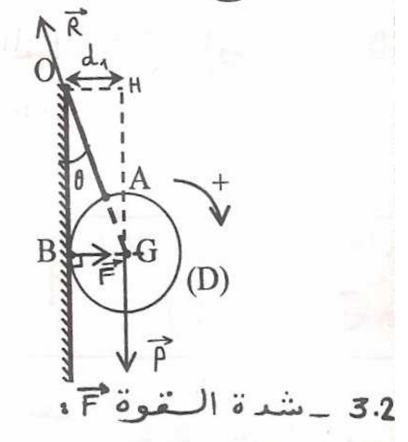
3.1- تمثيل القوى :

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

* نمثل وزن القرص بسهم رأسي يمر اتجاهه من G .

* اتجاه $\vec{F}$ عمودي على سطح التماس بين القرص والحامل لأن الاحتكاكات مهملة وموجهة من اليسار نحو اليمين .

* المجموعة في توازن، إذن اتجاهات القوى الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة، إذن نمثل اتجاه $\vec{R}$ ، بحيث يمر من نقطة تقاطع اتجاهي $\vec{P}$ و $\vec{F}$.

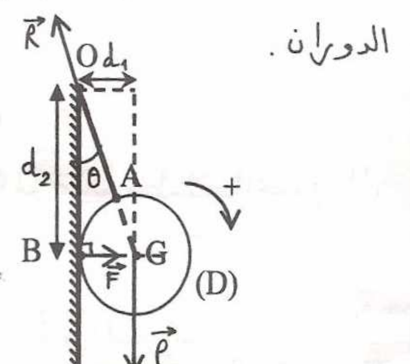


3.2 ـ شدة القوة $\vec{F}$:

حسب مبرهنة العزوم، لدينا :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0 \quad (1)$$

مع : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه $\vec{R}$ يقطع محور الدوران .



* عزم $\vec{P}$:

حسب المنحى الموجب المبيّن على الشكل،

فإن: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) > 0$ ، $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = +P \times d_1$

مع : $d_1 = OH$.

من الشكل نستنتج أن $OH = BG$ أي أن:

$OH = r$ ، ومنه : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = mg.r$

* عزم $\vec{F}$:

حسب المنحى الموجب المختار، نلاحظ

أن : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) < 0$ ، ومنه: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -F \times d_2$

مع : $d_2 = OB$

* باعتماد المثلث OBG قائم الزاوية في B،

نكتب : $\cos\theta = \frac{OB}{OG} \Rightarrow OB = OG.\cos\theta$

ولدينا : $OG = OA + AG$

وحسب نص التمرين : $OA = \ell = r$ و $AG = r$

إذن : $OG = 2r$.

وعليه، فإن : $OB = 2r.\cos\theta$

أي أن : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -F \times 2r\cos\theta$

نكتب العلاقة (1) إذن :

$$mgr - F \times 2r.\cos\theta = 0$$

$$mgr = F.2r.\cos\theta \Rightarrow F = \frac{mg}{2\cos\theta}$$

ت ع : $F = \frac{0{,}2 \times 10}{2\cos(60°)} = 2{,}0N$

4.1 - الخط المضلعي :

$P = mg$ أي أن $P = 2{,}0N$

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

السلم : 1 cm ⟶ 0,5 N

نمثل أولاً $\vec{P}$ بسهم رأسي طوله 4cm

ثم نمثل $\vec{F}$ بسهم متوجه نحو اليمين طوله 4cm . ($F = 2,0\,N$)

وأخيراً نمثل $\vec{R}$ بسهم أصله عند رأس $\vec{F}$ ويُغلق الخط المضلعي أي أن يكون رأسه عند أصل $\vec{P}$

4.2 - مميزات $\vec{R}$:

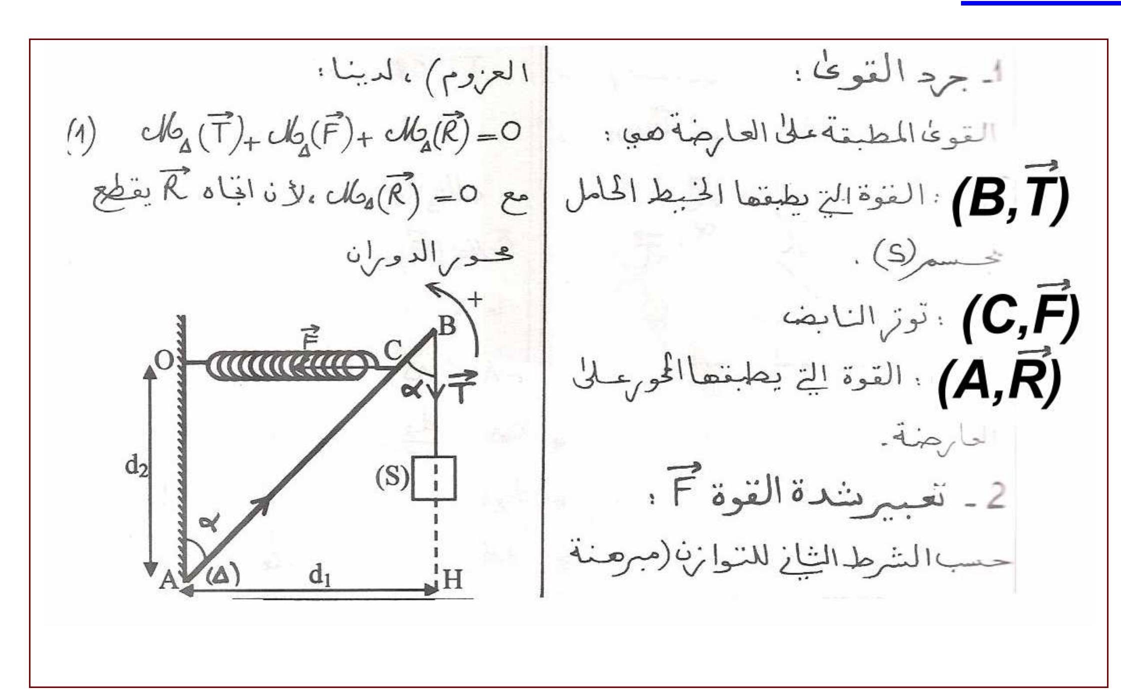
نستنتج مميزات $\vec{R}$ من الخط المضلعي، وهي كما يلي:

* نقطة التأثير : O
* الاتجاه يكون زاوية 45° مع الخط الرأسي .
* المنحى : نحو الأعلى إلى اليسار .
* المنظم : نقيس طول السهم الممثل لـ $\vec{R}$، فنجده 5,6cm، إذن، فحسب السلم 1cm⟶0,5N، فإن : $R = 2,8\,N$

ملحوظة : تمكن تطبيق علاقة فيتاغورس

$$R^2 = P^2 + F^2 \Rightarrow R = \sqrt{P^2 + F^2} = 2,8N$$

تمرين-11



1- جرد القوى :

القوى المطبقة على العارضة هي :

$(B,\vec{T})$: القوة التي يطبقها الخيط الحامل لجسم (S) .

$(C,\vec{F})$: توتر النابض

$(A,\vec{R})$: القوة التي يطبقها المحور على العارضة .

2 - تعبير شدة القوة $\vec{F}$:

حسب الشرط الثاني للتوازن (مبرهنة العزوم)، لدينا :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0 \quad (1)$$

مع $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$، لأن اتجاه $\vec{R}$ يقطع محور الدوران

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com

حسب المنحنى الموجب المبين على الشكل:

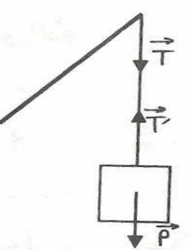
$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = -T\times d_1$

مع: $d_1 = AH$

المثلث OHA قائم الزاوية في H، نكتب:

$\sin\alpha = \frac{d_1}{AB} \Rightarrow d_1 = AB.\sin\alpha = L.\sin\alpha$

ندرس توازن (S) لتحديد شدة القوة T



(S) في توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{T'}$،

إذن: $P = T' = mg$

كتلة الخيط مهملة، إذن: $T' = T$

ومنه: $T = mg$ أي $T = 6\,N$

يكتب إذن $\mathcal{M}_\Delta(\vec{T})$ كما يلي:

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = -mg.L\sin\alpha$

من جهة أخرى: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F\times d_2$

مع: $d_2 = OA$

وباعتبار المثلث قائم الزاوية AOC،

نكتب: $\cos\alpha = \frac{d_2}{AC} \Rightarrow d_2 = AC.\cos\alpha$

مع: $AC = \frac{3}{4}L$، نجد: $d_2 = \frac{3}{4}L.\cos\alpha$

وبالتالي: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F\times\frac{3}{4}L.\cos\alpha$

نكتب إذن، العلاقة (1) من جديد:

$-mg.L.\sin\alpha + F\times\frac{3}{4}L.\cos\alpha = 0$

$\frac{3}{4}F.L\sin\alpha = mgL\sin\alpha$

$\frac{3}{4}F = mg.\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg.tg\alpha$

وبالتالي: $F = \frac{4}{3}mg.tg\alpha$

$\Rightarrow F = 8,0\,N$

3 - قيمة صلابة النابض:

نعلم أن: $F = k.\Delta l$

$k = \frac{F}{\Delta l} \Rightarrow k = \frac{8,0}{0,1} = 80\,N.m^{-1}$

4 - مميزات $\vec{R}$:

لننشئ الخط المضلعي للقوى المطبقة على العارضة ونستنتج منه مميزات $\vec{R}$.

بما أن $\vec{T}$ و $\vec{F}$ متعامدتان، فإن الخط المضلعي مثلث قائم الزاوية مما يسمح بتمثيله واستنتاج اتجاه ومنحى وشدة $\vec{R}$ حسابيا وبدون سلم.

* نقطة التأثير A
* الاتجاه، يكون زاوية α مع الخط الرأسي

حيث: $tg\alpha = \frac{F}{T} = 1,33$

$\Rightarrow \alpha = 53,1°$

* المنحى: إلى الأعلى على اليمين.
* الشدة: $R = \sqrt{F^2+T^2}$

$R = \sqrt{8^2+6^2} \Rightarrow R = 10\,N$.

نلاحظ أن اتجاه $\vec{R}$ ليس عموديا على الجدار، مما يعني أن التماس يتم باحتكاك.

www.moustakim.c.la
moustamani@hotmail.com